XIII Международная научная конференция "Дифференциальные уравнения и их приложения в математическом моделировании", Саранск, 12-16 июля 2017.
XIII International scientific conference "Differential equations and their applications in mathematical modeling", Saransk, July 12-16, 2017.

УДК 517.962.2

Устойчивость решений нелинейной системы конечно-разностных уравнений по части переменных

Е.В. Афиногентова [1]

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва[1]

Аннотация: В данной статье используется метод вспомогательной (μ-системы [1]) для решения задачи об устойчивости по части переменных для нелинейной системы конечно-разностных уравнений. Преимущество метода в том, что вопрос устойчивости по части переменных сводится к решению проблемы устойчивости по всем переменным. Метод основан на построении специальных μ-систем, в зависимости от их устойчивости или неустойчивости делают вывод об устойчивости по заданным переменным нулевого решения исходной системы. Для линейной дискретной системы реализация данного метода предложена в работах [3], [4].

Ключевые слова: конечно-разностные уравнения, устойчивость по части переменных, функция Ляпунова.

Развитие качественной теории дифференциальных уравнений привело к новым задачам. Актуальным остается вопрос сохранения свойств решений при дискретизации, в частности, устойчивость дискретных систем, описываемых разностными уравнениями, по отношению к части переменных [2].

Рассмотрим задачу об устойчивости по части переменных для следующей системы

$$
\begin{gathered}
y_i(k+1) = \textstyle\sum_{s=1}^{p} a_{is} y_s(k) + \sum_{l=1}^{q} b_{il} z_l(k) + Y_i(y(k), z(k)), \\
z_j(k+1) = \textstyle\sum_{l=1}^{q} c_{jl} z_l(k) + Z_j(y(k), z(k)), \\
k \in \mathbb{N} \cup \{0\} (i = \overline{1,p},\ j = \overline{1,q}).
\end{gathered} \tag{1}
$$

Правые части системы (1) считаем непрерывными и удовлетворяющими условиям существования и единственности решения в области $||y(k)|| < d,\ (d > 0)\ ||z(k)|| < \infty$. Пусть $y(k) = 0,\ z(k) = 0$ — положение равновесия. Будем предполагать, что функции $Y_i(y(k), z(k))$ разлагаются в ряды с постоянными коэффициентами по степеням компонент $y(k)$ и $z(k)$ в окрестности нуля, причем разложения начинаются с членов не ниже второй степени, т. е. их можно представить следующим образом

$$
Y_i(y(k), z(k)) = \sum_{\sigma_1=2}^{R} Y_{1i}^{(\sigma_1)}(z(k)) + \sum_{\sigma_2=2}^{R} Y_{2i}^{(\sigma_2)}(y(k)) +
$$

$$
+ \sum_{\delta_1=1}^{R-1} F_{i1}^{(\delta_1)}(y(k)) \sum_{\delta_2=1}^{R-\delta_1} F_{i2}^{(\delta_2)}(z(k)) + R_i(y(k), z(k)),
$$

где

$$
Y_{1i}^{(\sigma_1)}(z(k)) = \sum_{\alpha_1+\ldots+\alpha_q=\sigma_1} f_{i\sigma_1}(\alpha_1, \ldots, \alpha_q) z_1^{\alpha_1}(k) \ldots z_q^{\alpha_q}(k),
$$

$$
Y_{2i}^{(\sigma_2)}(y(k)) = \sum_{\beta_1+\ldots+\beta_p=\sigma_2} g_{i\sigma_2}(\beta_1, \ldots, \beta_p) y_1^{\beta_1}(k) \ldots y_p^{\beta_p}(k),
$$

$$F_{i1}^{(\delta_1)}(y(k)) = \sum_{\gamma_1+\ldots+\gamma_p=\delta_1} h_{i\delta_1}(\gamma_1,\ldots,\gamma_p) y_1^{\gamma_1}(k)\ldots y_p^{\gamma_p}(k),$$

$$F_{i2}^{(\delta_2)}(z(k)) = \sum_{\xi_1+\ldots+\xi_q=\delta_2} P_{i\sigma_2}(\xi_1,\ldots,\xi_q) z_1^{\xi_1}(k)\ldots z_q^{\xi_q}(k),$$

Коэффициенты $f_{i\sigma_1}(\alpha_1,\ldots,\alpha_q)$, $g_{i\sigma_2}(\beta_1,\ldots,\beta_p)$, $h_{i\delta_1}(\gamma_1,\ldots,\gamma_p)$, $p_{i\sigma_2}(\xi_1,\ldots,\xi_q)$, $i=\overline{1,p}$ — вещественные константы, $\alpha_1,\ldots,\alpha_q,\ \beta_1,\ldots,\beta_p,\ \gamma_1,\ldots,\gamma_p,\ \xi_1,\ldots,\xi_q$ выбираются из множества неотрицательных целых чисел.

В системе первого приближения

$$\begin{gathered} y_i(k+1) = \textstyle\sum_{s=1}^p a_{is}y_s(k) + \sum_{l=1}^q b_{il}z_l(k) + \sum_{\sigma_1=2}^R Y_{1i}^{(\sigma_1)}(z(k)) + \\ + \textstyle\sum_{\sigma_2=2}^R Y_{2i}^{(\sigma_2)}(y(k)) + \sum_{\delta_1=1}^{R-1} F_{i1}^{(\delta_1)}(y(k)) \sum_{\delta_2=1}^{R-\delta_1} F_{i2}^{(\delta_2)}(z(k)), \\ z_j(k+1) = \textstyle\sum_{l=1}^q c_{jl}z_l(k),\ k\in\mathbb{N}\cup\{0\} \\ (i=\overline{1,p},\ j=\overline{1,q}) \end{gathered} \tag{2}$$

введем новые переменные

$$\begin{aligned} \mu_i(k) &= \sum_{i=1}^q b_{il}z_l(k) + \sum_{\sigma_1=2}^R Y_{1i}^{(\sigma_1)}(z(k)), \\ \mu_{i\delta_1}(k) &= \sum_{\delta_2=1}^{R-\delta_1} F_{i2}^{(\delta_2)}(z(k)), i=\overline{1,p}. \end{aligned} \tag{3}$$

Каждой переменной $\mu_i(k)$ поставим в соответствие вектор η_i, состоящий из упорядоченных тем или иным способом коэффициентов $b_{il},\ l=\overline{1,q},\ f_{i\sigma_1}(\alpha_1+\ldots+\alpha_q=\sigma_1,\ \sigma_1=\overline{2,R}$ а переменным $\mu_{i\delta_1}(k)$ — векторы $\eta_{I\delta_1}$, компоненты которых при $\xi_1+\ldots+\xi_q=\delta_2,\ \delta_2=\overline{1,R-\delta_1}$ есть коэффициенты $P_{i\sigma_2}(\xi_1,\ldots,\xi_q)$, остальные — нули.

Следуя работе [1], переменные $\mu_i(k)$ и $\mu_{i\delta_1}(k),\ i=\overline{1,p},\ \delta_1=\overline{1,R-1}$, назовем линейно независимыми, если линейно независимы в совокупности соответствующие им векторы $\eta_i,\ \eta_{i\delta_1},\ i=\overline{1,p},\ \delta_1=\overline{1,R-1}$. В противном случае из них всегда можно будет выбрать те, которые будут удовлетворять этому требованию.

Уравнения для $\mu_{\nu(k)}$ и $\mu_{\nu\delta_1}(k)$ получаются путем подстановки выражений (2) для $z_j(k+1)$ в правые части равенств (3) при замене k на $k+1$.

$$\begin{aligned} \mu_\nu(k+1) &= \sum_{l=1}^q b_{\nu l}^* z_l(k) + \sum_{\sigma_1=2}^R \sum_{\alpha_1+\ldots+\alpha_q=\sigma_1} f_{\nu\sigma_1}^*(\alpha_1,\ldots\alpha_q)\times \\ &\times\ z_1^{\alpha_1}(k)\ldots z_q^{\alpha_q}(k), \\ \mu_{\tau\delta_1}(k+1) &= \sum_{\delta_2=1}^{R-\delta_1} F_{\tau2}^{*(\delta_2)}(z(k)),\ \nu,\ \tau=\overline{1,p},\ k\in\mathbb{N}\cup\{0\}. \end{aligned} \tag{4}$$

В зависимости от вида правой части уравнения (3) рассмотрим два случая.

Первый случай. Пусть имеют место следующие равенства

$$\begin{gathered} \sum_{l=1}^q b_{\nu l}^* z_l(k) + \textstyle\sum_{\sigma_1=2}^R \displaystyle\sum_{\alpha_1+\ldots+\alpha_q=\sigma_1} f_{\nu\sigma_1}^*(\alpha_1,\ldots\alpha_q) z_1^{\alpha_1}(k)\ldots z_q^{\alpha_q}(k) = \\ = \sum_{s=1}^p w_{\nu s}^{(1)}\mu_s(k) + \sum_{s=1}^p\sum_{\delta_1=1}^{R-1} v_{\nu s\delta_1}^{(1)}\mu_{s\delta_1}(k), \\ \sum_{\delta_2=1}^{N-\delta_1} F_{\tau2}^{*(\delta_2)}(z(k)) = \sum_{s=1}^p w_{\tau s}^{(2)}\mu_s(k) + \sum_{s=1}^p\sum_{\delta_1=1}^{R-1} v_{\tau s\delta_1}^{(2)}\mu_{s\delta_1}(k), \end{gathered} \tag{5}$$

т. е. системы линейных алгебраических уравнений относительно $w_{\nu s}^{(1)}$, $w_{\nu s}^{(2)}$, $v_{\nu s\delta_1}^{(1)}$, $v_{\nu s\delta_1}^{(2)}$, ν,
$s=\overline{1,p}$

$$\begin{gathered}
\sum_{s=1}^{p} w_{\nu s}^{(1)} b_{sl} + \sum_{s=1}^{p} v_{\nu s(N-1)}^{(1)} p_{s1}(0,\ldots,\xi_l,\ldots,0) = b_{\nu l}^{*}, \\
\sum_{s=1}^{p} w_{\nu s}^{(1)} f_{s\sigma_1}(\alpha_1,\ldots,\alpha_q) + \sum_{s=1}^{p} v_{\nu s(N-\sigma_1)} p_{s\sigma_1}(\alpha_1,\ldots,\alpha_q) = \\
= f_{\nu\sigma_1}^{*}(\alpha_1,\ldots,\alpha_q), \text{ при } \sigma_1 = R,\ v_{\nu s(R-\sigma_1)}^{(1)} = 0; \\
\sum_{s=1}^{p} w_{\tau s}^{(2)} b_{sl} + \sum_{s=1}^{p} v_{\tau s(R-1)}^{(2)} p_{s1}(0,\ldots,\xi_l,\ldots,0) = p_{\tau 1}^{*}(0,\ldots,\xi_l,\ldots,0), \\
\sum_{s=1}^{p} w_{\tau s}^{(2)} f_{s\delta_2}(\xi_1,\ldots,\xi_q) + \sum_{s=1}^{p} v_{\tau s(R-\delta_2)}^{(2)} p_{s\delta_2}(\xi_1,\ldots,\xi_q) = \\
= p_{\tau\delta_2}^{*}(\xi_1,\ldots,\xi_q).
\end{gathered} \tag{6}$$

имеют решение (не обязательно единственное).

В этом случае система (2) приводится к виду

$$\begin{gathered}
y_i(k+1) = \sum_{s=1}^{p} a_{is} y_s(k) + \mu_i(k) + \sum_{\delta_1=1}^{R-1} F_{i1}^{(\delta_1)}(y(k))\mu_{i\delta_1}(k) + \\
+ \sum_{\sigma_2=2}^{R} Y_{2i}^{(\sigma_2)}(y(k)),\ i=\overline{1,p}, \\
\mu_\nu(k+1) = \sum_{s=1}^{p} w_{\nu s}^{(1)} \mu_s(k) + \sum_{s=1}^{p}\sum_{\delta_1=1}^{N-1} v_{\nu s\delta_1}^{(1)} \mu_{s\delta_1}(k),\ \nu=\overline{1,p},) \\
\mu_{\tau\delta_1}(k+1) = \sum_{s=1}^{p} w_{\tau s}^{(2)} \mu_s(k) + \sum_{s=1}^{p}\sum_{\delta_1=1}^{R-1} v_{\nu s\delta_1}^{(1)} \mu_{s\delta_1}^{(1)} \mu_{s\delta_1}(k), \\
z_j(k+1) = \sum_{l=1}^{q} c_{jl} z_l(k),\ j=\overline{1,q}.
\end{gathered} \tag{7}$$

Поскольку значения переменных $y_1(k),\ldots,y_p(k)$ после введения переменных по формулам (3) не меняются, то система (6) равносильна системе (2).

Система (7) позволяет выделить линейную μ-систему

$$\begin{gathered}
y_i(k+1) = \sum_{s=1}^{p} a_{is} y_s(k) + \mu_i(k),\ i=\overline{1,p}, \\
\mu_\nu(k+1) = \sum_{s=1}^{p} w_{\nu s}^{(1)} \mu_s(k) + \sum_{s=1}^{p}\sum_{\delta_1=1}^{N-1} v_{\nu s\delta_1}^{(1)} \mu_{s\delta_1}(k),\ \nu=\overline{1,p}, \\
\mu_{\tau\delta_1}(k+1) = \sum_{s=1}^{p} w_{\tau s}^{(2)} \mu_s(k) + \sum_{s=1}^{p}\sum_{\delta_1=1}^{R-1} v_{\tau s\delta_1}^{(1)} \mu_{s\delta_1}^{(1)}(k),\ \nu,\ \tau=\overline{1,p}.
\end{gathered} \tag{8}$$

Второй случай. Пусть системы алгебраических уравнений (6) не имеют решения при $\nu,\ \tau = p_1+1,\ldots,p,\ p_1<p$. Тогда уравнения (4) будут иметь вид

$$\mu_\nu(k+1) = \sum_{s=1}^{p} w_{\nu s}^{(1)} \mu_s(k) + \sum_{s=1}^{p}\sum_{\delta_1=1}^{R-1} v_{\nu s\delta_1}^{(1)} \mu_{s\delta_1}(k),\ \nu=\overline{1,p},$$

$$\mu_{\tau\delta_1}(k+1) = \sum_{s=1}^{p} w_{\tau s}^{(2)} \mu_s(k) + \sum_{s=1}^{p}\sum_{\delta_1=1}^{R-1} v_{\tau s\delta_1}^{(1)} \mu_{s\delta_1}^{(1)}(k),\ \tau=\overline{1,p_1},$$

$$\mu_r(k+1) = \sum_{l=1}^{q} b_{rl} z_l(k) + \sum_{\sigma_1=2}^{R}\ \sum_{\alpha_1+\ldots+\alpha_q=\sigma_1} f_{r\sigma_1}(\alpha_1,\ldots,\alpha_q)\times$$

$$\times z_1^{\alpha_1}(k)\dots z_q^{\alpha_q}(k),\ p,r=\overline{p_1,p},$$

$$\mu_{\rho\delta_1}(k)=\sum_{\delta_2=1}^{R-\delta_1}F_{\rho 2}^{*(\delta_2)}(z(k)),\ k\in\mathbb{N}\cup\{0\}.$$

В этом случае вводим новые переменные

$$\overline{\mu}_r(k)=\sum_{l=1}^{q}b^*_{r+p_1\ l}z_l(k)+\sum_{\sigma_1=2}^{R}\sum_{\alpha_1+\ldots+\alpha_q=\sigma_1}f_{r+p_1\ \sigma_1}(\alpha_1,\ldots,\alpha_q)\times$$

$$\times z_1^{\alpha_1}(k)\dots z_q^{\alpha_q}(k),$$

$$\overline{\mu}_{\rho\delta_1}(k)=\sum_{\delta_2=1}^{R-\delta_1}F_{\rho+p_1\ 2}^{*(\delta_2)}(z(k)),\ p,r=\overline{1,p-p_1}.$$

Так как пространство векторов η_i, $\eta_{i\delta_1}$, соответствующих переменным $\mu_i(k)$, $\mu_{i\delta_1}(k)$, конечномерно, то для системы (2) существует конечное число переменных $\mu_i(k)$, $\mu_{i\delta_1}(k)$ вида (3), приводящих систему (2) к системе вида (7).

Таким образом, при повторном введении переменных $\mu_i(k)$, $\mu_{i\delta_1}(k)$ система (2) всегда преобразуется к системе вида (7), из которой можно выделить линейную μ-систему.

Окончательно система (1) после введения переменных по формулам (3) имеет вид

$$\begin{gathered}
y_i(k+1)=\sum_{s=1}^{p}a_{is}y_s(k)+\mu_i(k)+\sum_{\delta_1=1}^{R-1}F_{i1}^{(\delta_1)}(y(k))\mu_{i\delta_1}(k)+\\
+\sum_{\sigma_2=2}^{R}Y_{2i}^{(\sigma_2)}(y(k))+R_i(y(k),z(k)),\\
\mu_\nu(k+1)=\sum_{s=1}^{p}w_{\nu s}^{(1)}\mu_s(k)+\sum_{s=1}^{p}\sum_{\delta_1=1}^{R-1}v_{\nu s\delta_1}^{(1)}\mu_{s\delta_1}(k)+G_\nu^{(1)}(y(k),z(k)),\\
\mu_{\tau\delta_1}(k+1)=\sum_{s=1}^{p}w_{\tau s}^{(2)}\mu_s(k)+\sum_{s=1}^{p}\sum_{\delta_1=1}^{R-1}v_{\nu s\delta_1}^{(1)}\mu_{s\delta_1}(k)+G_{\tau\delta_1}^{(2)}(y(k),z(k)),\\
z_j(k+1)=\sum_{l=1}^{q}c_{jl}z_l(k)+Z_j(y(k),z(k)),\ k\in\mathbb{N}\cup\{0\},\\
i,\nu,\tau=\overline{1,p},\ j=\overline{1,q},\ \delta_1=\overline{1,R-1}.
\end{gathered}\tag{9}$$

Введем обозначения

$$u_i(y(k),\overline{\mu}_{\delta_1}(k),z(k))=\sum_{\delta_1=1}^{R-1}F_{i1}^{(\delta_1)}(y(k))\mu_{i\delta_1}(k)+$$

$$\sum_{\sigma_2=2}^{R}Y_{2i}^{\sigma_2)}(y(k))+R_i(y(k),z(k)),\ i=\overline{1,p},$$

где

$$\overline{\mu}_{\delta_1}(k)=\begin{pmatrix}\mu_{1\delta_1}(k)\\ \vdots\\ \mu_{p\delta_1}(k)\end{pmatrix};\ u_{p+\nu}(k)=G_\nu^{(1)}(y(k),z(k)),\ \tau,\nu=\overline{1,p},\ \delta_1=\overline{1,R-1}.$$

$$U(y(k),\overline{\mu}_{\delta_1}(k),z(k))=(u_i,u_{i\delta_1}),\ i=\overline{1,2p},\ \delta_1=\overline{1,R-1}.$$

Справедлива следующая

Теорема. Пусть для системы (8) существует функция $V(\xi(k))$ такая, что
а) $c_1||\xi(k)||^2 \leq V(\xi(k)) \leq c_2||\xi(k)||^2,\ c_1 > 0,\ c_2 > 0$;
б) $\triangle V(\xi(k))|_{(8)} \leq -c_3||\xi(k)||^2,\ 0 < c_3 < 1$;
в) $|V(\xi''(k)) - V(\xi'(k))| \leq M||\xi''(k) - \xi'(k)||,\ M > 0$. Здесь $\xi(k)$ — вектор, составленный из координат векторов $y(k)$, $\mu(k)$, $\mu_{\delta_1}(k)$, где $\mu(k) = (\mu_i(k))_{i=1}^p$, $\triangle V|_{(8)}(\xi(k))$ — первая разность функции $V(\xi(k))$ на решениях системы (8).

Кроме того, будем предполагать, что справедливо неравенство

$$||U(y(k), \overline{\mu}_{\delta_1}(k), z(k))|| \leq \varphi||\xi(k)||^2,\ \varphi > 0.$$

Тогда нулевое решение системы (1) асимптотически устойчиво по переменной $y(k)$.

Доказательство. В качестве функции Ляпунова для системы (9) возьмем функцию V. Тогда из условия теоремы следует, что

$$\triangle V(\xi(k), z(k))|_{(9)} \leq -c_3||\xi(k)||^2 + M||U(y(k), \overline{\mu}_{\delta_1}(k), z(k))||^2 \leq$$

$$\leq -(c_3 - M\varphi)||\xi(k)||^2.$$

В достаточно малой окрестности начала отсчета за счет выбора φ можно добиться выполнения неравенств $0 < c_3 - M\varphi < 1$. Тогда нулевое решение системы (9) асимптотически устойчиво по переменным $\xi(k)$. Поскольку $y(k)$ является одной из составляющих вектора $\xi(k)$, то нулевое решение системы (9), а значит, и системы (1) асимптотически устойчиво по переменной $y(k)$. Теорема доказана.

Приведем иллюстративный

Пример. Исследуем на устойчивость по переменной $y(k)$ систему

$$y(k+1) = \frac{1}{2}y(k) + bz_1(k) + 2cy(k)z_2^2(k) + z_2^2(k) + Y(y(k), z_1(k), z_2(k)),$$

$$z_1(k+1) = \frac{1}{5}z_1(k) + Z_1(y(k), z_1(k), z_2(k)),$$

$$z_2(k+1) = \frac{1}{2}z_2(k) + Z_2(y(k), z_1(k), z_2(k)),\ k \in \mathbb{N} \cup \{0\}.$$

После введения новых переменных

$$\mu_1(k) = bz_1(k) + z_2^2(k),$$

$$\mu(k) = z_2^2(k),$$

система первого приближения имеет вид

$$\begin{aligned} y(k+1) &= \tfrac{1}{2}y(k) + \mu_1(k) + 2cy(k)\mu_2(k), \\ \mu_1(k+1) &= \tfrac{1}{5}\mu_1(k) + \tfrac{1}{20}\mu_2(k), \\ \mu_2(k+1) &= \tfrac{1}{4}\mu_2(k),\ k \in \mathbb{N} \cup \{0\}. \end{aligned} \tag{10}$$

Положим

$$V(\xi(k)) = y^2(k) + 5\mu_1^2(k) + \mu_2^2(k).$$

Тогда

$$\triangle V|_{(10)} \leq -\frac{1}{2}V(\xi(k)) \leq -\frac{1}{2}||\xi(k)||^2.$$

Очевидно, что для выбранной таким образом функции $V(\xi(k))$ существуют константы c_1, c_2, и M, что неравенства а)-в) имеют место. Исходная система с введением новых переменных примет вид

$$y(k+1) = \frac{1}{2}y(k) + \mu_1(k) + 2cy(k)\mu_2(k) + Y(y(k), z_1(k), z_2(k)),$$

$$\mu_1(k+1) = \frac{1}{5}\mu_1(k) + \frac{1}{20}\mu_2(k) + G_1(y(k), z_1(k), z_2(k)),$$

$$\mu_2(k+1) = \frac{1}{4}\mu_2(k) + G_2(y(k), z_1(k), z_2(k)),$$

$$z_1(k+1) = \frac{1}{5}z_1(k) + Z_1(y(k), z_1(k), z_2(k)),$$

$$z_2(k+1) = \frac{1}{2}z_2(k) + Z_2(y(k), z_1(k), z_2(k)),\ \ k \in \mathbb{N} \cup \{0\}.$$

Тогда, если для вектор-функции

$$U(y(k), z_1(k), z_2(k), \mu_2(k)) = \begin{pmatrix} 2cy(k)\mu_2(k) + Y(y(k), z_1(k), z_2(k)) \\ G_1(y(k), z_1(k), z_2(k)) \\ G_2(y(k), z_1(k), z_2(k)) \end{pmatrix}$$

справедливо неравенство

$$||U(y(k), z_1(k), z_2(k), \mu_2(k))|| \leq \alpha ||\xi(k)||^2,$$

где α — некоторая положительная константа, то по доказанной выше теореме нулевое решение исходной системы асимптотически устойчиво по переменной $y(k)$.

Литература

1. Воротников В. И. Устойчивость динамических систем по отношению к части переменных. М.: Наука, 1991. 284 с.

2. Воротников В. И. Частичная устойчивость и управление: состояние проблемы и перспективы развития // Автомат. и телемех., 2005. выпуск 4. С. 3–59.

3. Ильясов К. Об устойчивости по части по части переменных решений линейных разностных уравнений // Математическая физика. - Киев: Наукова думка, 1984. № 35. С. 30-32.

4. Вавилов П. А., Прокопьев В. П. Об устойчивости движения относительно части переменных для линейных разностных систем // Устойчивость и нелинейные колебания. Свердловск.: Изд-во УрГУ, 1986. С. 3-6.

MSC 39A30

The stability of solutions for a non-linear system of finite-difference equations with respect to part of the variables

E.V. Afinogentova [1]

National Research Ogarev Mordovia State University [1]

Abstract: In this paper we use the method of the auxiliary (μ-system [1]) for solving the stability problem with respect to some variables for nonlinear systems of finite-difference equations. The advantage of the method is that the question of stability with respect to some variables reduces to solving the stability problem for all variables. The method is based on the construction of special mu-systems, depending on their stability or instability, make a conclusion about the stability with respect to given variables of the zero solution of the original system. For a linear discrete system the realization of this method was proposed in [3], [4].

Keywords: finite-difference equations, stability with respect to some variables, Lyapunov function.

References

1. Vorotnikov V.I. Ustoychivost' dinamicheskikh sistem po otnosheniyu k chasti peremennykh [Stability of dynamic systems with respect to part of variables], Nauka Publ., Moscow. 1991. 284 p. (In Russ.)

2. Vorotnikov V. I. "Partial stability and control: the state-of-the-art and development prospects", Avtomat. i Telemekh., 2005, no. 4, 3–59; Autom. Remote Control. 2005. vol. 66. no. 4. pp. 511–561. (In Russ.).

3. Il'yasov K. "[On stability with respect to part of variables of solutions of linear difference equations]", Matematicheskaya fizika, Naukova dumka, Kiev. 1984. Vol. 35. P. 30-32. (In Russ.).

4. Vavilov P. A., Prokop'ev V. P. "[On the stability of motion with respect to some of variables for linear difference systems]", Ustoychivost' i nelineynye kolebaniya, Izd-vo UrGU, Sverdlovsk. 1986. P. 3-6. (In Russ.).