

УДК 621.315.592

Особенности решения интегро-дифференциальных уравнений Максвелла и возбуждения поверхностного поляритона на планарной структуре

А.С. Сафошкин¹, А.Б. Дюбуа¹, К.В. Бухенский¹, С.И. Кучерявый²,
Г.С. Лукьянова¹, А.А. Стрельников¹, А.С. Лачугин¹

Рязанский государственный радиотехнический университет¹, Обнинский институт
атомной энергетики НИЯУ МИФИ²

Аннотация: В работе рассмотрен процесс дифракции электромагнитной волны на границе раздела вакуум-металл-нелинейная плёнка - полупроводник с возбуждением поверхностной волны. В рамках теории развит модовый метод расчета процесса взаимодействия излучения со структурой, позволяющий рассчитывать для фиксированного потока энергии возмущения потоки энергий возникающих в процессах дифракции.

Ключевые слова: Математическая модель, электромагнитная волна, процесс дифракции

1. Процессы перераспределения энергии в результате дифракции электромагнитного излучения в диэлектрических средах представляют собой одну из важнейших задач интегральной оптики. По сравнению с процессами распространения электромагнитного излучения вдоль многослойных структур с параллельными (или коаксиальными) границами раздела, которые хорошо изучены и систематизированы к настоящему времени [1,2], дифракционные задачи изучены гораздо слабее. Основная проблема заключается в больших математических сложностях, связанных с решением уравнений Максвелла в средах, где границы раздела между средами суть не параллельные плоскости. Условия непрерывности в совокупности с уравнениями Максвелла для таких задач связаны с решением сложных интегро-дифференциальных уравнений [3], которые имеют аналитическое решение только для определенных геометрий [4]. Привлекательность планарной геометрии объясняется, во-первых, относительной простотой возникающих здесь теоретических моделей распространения электромагнитного излучения вдоль таких структур, во-вторых, фундаментальность получаемых здесь результатов позволяет обобщить их с теми или уточнениями на более сложные модели структур, и, в-третьих, планарная геометрия в достаточной степени близка к действительности. В работе [5] был развит модовый метод исследования задач дифракции электромагнитного излучения на диэлектрическом барьере, где границы раздела между средами описываются параллельными или перпендикулярными плоскостями. Основным достоинством этого метода является сведение интегральных дифракционных уравнений к системе алгебраических, которые дают информацию, как о поверхностных, так и объемных полях, возбуждаемых в структуре. В работе [6] этот метод был использован для расчета процессов отражения поверхностной волны от вертикального диэлектрического барьера. В данной работе этот метод использован для расчета процесса отражения гауссова пучка от вертикального диэлектрического барьера. Последний представляет собой четыре, разделенные плоскостями $x = 0$, $z = 0$ и $z = d$ области, характеризующиеся диэлектрическими проницаемостями ε_1 - вакуум, $\varepsilon_2(\omega)$ - металл, $\varepsilon_3(\omega, x)$ - нелинейная тонкая полупроводниковая пленка, ε_4 - полупроводник, с возбуждением поверхностных и объемных электромагнитных полей (Рис. 1). Перечислим основные виды излучения при дифракции. Так как среда при $x < 0$ не обладает волноведущим эффектом для поляритона, то там будет присутствовать только объемное отраженное излучение. При $x > 0$ это, прежде всего мода

поверхностного поляритона [7] распространяющегося вдоль оси x (при нормальном падении пучка поток поверхностной волны вдоль оси z будет отсутствовать) и объемное прошедшее излучение. Как отраженное, так и прошедшее объемные поля представляются по модам излучения. Поэтому исследование процесса дифракции подразумевает анализ нескольких моментов: исследование собственных мод при $x < 0$ и $x > 0$, разложение дифрагированного излучения по собственным модам и сшивание этих полей при $x = 0$ для нахождения соответствующих амплитуд.

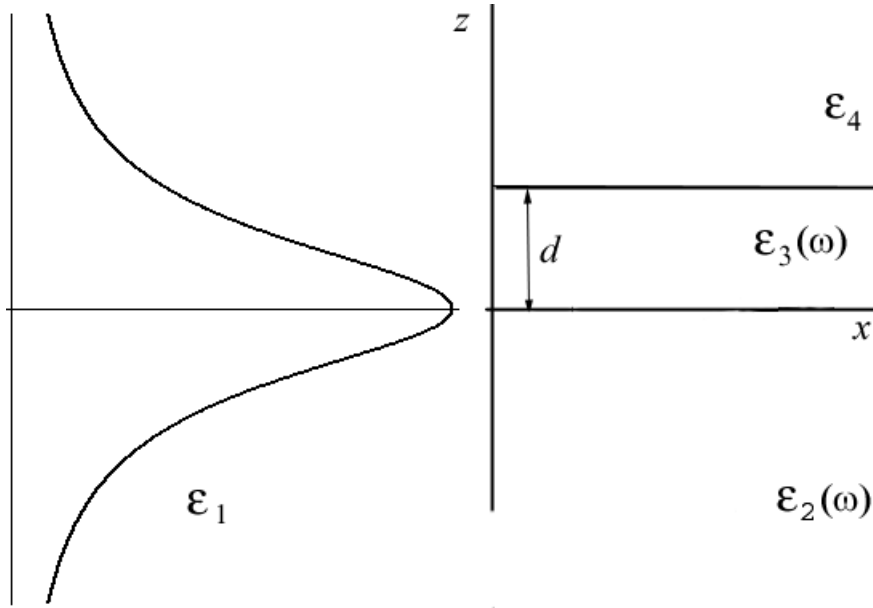


Рис. 1. Процесс дифракции при нормальном падении электромагнитной волны на диэлектрический барьер. Пояснения в тексте.

Уравнения Максвелла

$$i\omega\tilde{\mathbf{H}} = \text{crot}\tilde{\mathbf{E}}; i\omega\varepsilon_i(\omega)\tilde{\mathbf{E}} = -\text{crot}\tilde{\mathbf{H}} \quad (1)$$

в декартовой системе координат (рис. 1) в совокупности с гармоническим характером распространения каждой моды вдоль оси x [8]:

$$\left\{ \tilde{\mathbf{H}}(x, z), \tilde{\mathbf{E}}(x, z) \right\} = \left\{ \mathbf{H}(z), \mathbf{E}(z) \right\} \exp(ik_x x) \quad (2)$$

связывают компоненты мод ТМ — поляризованного излучения (E_x, E_z, H_y) следующим образом:

$$\tilde{E}_x(x, z) = \frac{ic}{\omega\varepsilon_i} \frac{\partial H_y}{\partial z} \tilde{E}_z(x, z) = \frac{ic}{\omega\varepsilon_i} \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (3)$$

$$E_x(z) = \frac{ic}{\omega\varepsilon_i} \frac{dH_y}{dz} E_z(z) = -\frac{c}{\omega\varepsilon_i} k_x H_y(z) \quad (4)$$

что легко получить из (1), учитывая планарность задачи. Огибающие моды $H(z), E(z)$, а также волновое число k_x определяются из волнового уравнения и граничных условий. Волновое уравнение вытекает из (1) и дает зависимость поля $H_y(z)$ для каждой из сред на рис. 1:

$$\frac{d^2 H_y}{dz^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_i - k_x^2 \right] H_y = 0 \quad (5)$$

с граничными условиями

$$H_y(z = -0) = H_y(z = +0), E_x(z = -0) = E_x(z = +0) \quad (6)$$

$$H_y(z = d^-) = H_y(z = d^+), E_x(z = d^-) = E_x(z = d^+)$$

которые полностью определяют структуру каждой моды при $x < 0$ и $x > 0$.

2. Как нетрудно убедиться решение уравнения (5) при $x < 0$ имеет вид.

$$H_{1y}(z) = B_1 \exp(i\beta z) + B_2 \exp(-i\beta z) \quad (7)$$

$$E_{1z}(z) = -\frac{ck_x^{(1)}}{\omega\varepsilon_1} [B_1 \exp(i\beta z) + B_2 \exp(-i\beta z)] \quad (8)$$

где β — поперечное волновое число, для которого

$$\beta^2 + \left(k_x^{(1)}\right)^2 = k_0^2\varepsilon_1 \quad (9)$$

$k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda$ — волновое число в вакууме, λ — длина волны падающего излучения.

Два волновых числа β и k_x определяются из одного уравнения. Это означает, что одно из них можно принять независимым. Пусть это будет β . Очевидно, что набор функций (4) будет полным, если мы переберем все возможные β . Видно, что в средах 1 и 3 будет по две гармоники (такое излучение будем называть вырожденным и для определенности обозначим их + и - гармониками) и соответственно две неопределенные константы для одного значения k_x . Поэтому определение связи между двумя свободными коэффициентами остается произвольным. Этот произвол устраняется наложением на собственные моды условий ортогональности и нормировки:

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_{1z}^{\beta\pm} H_{1z}^{\beta\mp'} dz = 0 \quad \text{и} \quad \int_{-\infty}^{\infty} E_{1z}^{\beta\pm} H_{1y}^{\beta\pm'} dz = -\frac{c}{\omega} k_x^{(1)} \delta(\beta - \beta') \quad (10)$$

Найдем коэффициенты B_1 и B_2 . Подставив в условие нормировки значения электрического и магнитного полей получим:

$$B_1 = B_2^* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{2\pi}} (1 \pm i) \quad (11)$$

Таким образом, в среде 1 магнитное поле будет

$$H_{1y}^{\beta\pm}(z) = \frac{1}{2} B_{1\beta} [(1 \mp i) \exp(-i\beta z) + (1 \pm i) \exp(i\beta z)] \quad (12)$$

где $B_{1\beta} = (\varepsilon_1/2\pi)^{1/2}$ — нормировочная постоянная.

Учитывая вышеизложенное, запишем падающее и отраженное излучение в виде

$$\tilde{H}_{1y}^i(x, z) = \int_0^{\infty} \left[I_{\beta}^+ H_{1y}^{\beta+} + I_{\beta}^- H_{1y}^{\beta-} \right] \exp\left(ik_x^{(1)}x\right) d\beta \quad (13)$$

$$\tilde{H}_{1y}^r(x, z) = \int_0^{\infty} \left[R_{\beta}^+ H_{1y}^{\beta+} + R_{\beta}^- H_{1y}^{\beta-} \right] \exp\left(-ik_x^{(1)}x\right) d\beta \quad (14)$$

где I_{β}^{\pm} и R_{β}^{\pm} — амплитуды падающей и отраженной волн.

Падающее излучение можно определить из предпоследнего уравнения. Для этого представим магнитное поле как $\tilde{H}(x, z) = G(z) \exp(-ik_x x)$, где $G(z) = C_0 / (1 + z^2/W_0^2)$, а C_0 и W_0 — параметры пучка. С учетом вышесказанного, умножим (13) сначала на $E_{1z}^{\beta+}(z)$, затем на $E_{1z}^{\beta-}(z)$ и по-очереди проинтегрируем по z . Принимая во внимание условия ортогональности и нормировки (10), получим:

$$\int_{-\infty}^{\infty} G(z) E_{1z}^{\beta\pm} dz = -\frac{c}{\omega} k_x^{(1)} I_{\beta}^{\pm} \quad (15)$$

Интегрирование последнего выражения дает:

$$I_{\beta}^{+} = I_{\beta}^{-} \equiv I_{\beta} = C_0 W_0 \sqrt{\frac{\pi}{2\varepsilon_1}} \exp(-\beta W_0) \quad (16)$$

Запишем выражения для потоков мощности падающего и отраженного излучений. Они будут определяться векторами Пойтинга

$$P_x = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left[\tilde{\mathbf{E}}_{1z} \tilde{\mathbf{H}}_{1y}^* \right]_x dz \right\} \quad (17)$$

Учет условий нормировки приводит к тому, что потоки будут зависеть только от амплитуд:

$$P_x^i = \frac{c^2}{4\pi\omega} \int_0^{\infty} I_{\beta} I_{\beta}^* k_x^{(1)} d\beta = \frac{A}{8\pi} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} C_0^2 W_0 \frac{\pi}{2} \quad (18)$$

$$P_x^R = \frac{c^2}{8\pi\omega} \int_0^{\infty} (R_{\beta}^{+} R_{\beta}^{+*} + R_{\beta}^{-} R_{\beta}^{-*}) k_x^{(1)} d\beta \quad (19)$$

При $x > 0$ решение уравнения (5) можно представить как

$$H_{2y}^{\beta}(z) = \begin{cases} D_1 \exp(-i\beta z) + D_2 \exp(i\beta z) & z > 0 \\ D_3 \exp(-\rho z) & z < 0 \end{cases} \quad (20)$$

$$E_{2z}^{\beta}(z) = -\frac{c}{\omega} k_x^{(2)} \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_3} [D_1 \exp(-i\beta z) + D_2 \exp(i\beta z)] & z > 0 \\ \frac{1}{\varepsilon_2} D_3 \exp(-\rho z) & z < 0 \end{cases} \quad (21)$$

где β и ρ – поперечные волновые числа, связанные в каждой из сред уравнениями

$$\beta^2 + \left(k_x^{(2)}\right)^2 = k_0^2 \varepsilon_3 - \rho^2 + \left(k_x^{(2)}\right)^2 = k_0^2 \varepsilon_2 \quad (22)$$

Теперь мы имеем две комплексно-сопряженные гармоники в среде 3 и одну гармонику в среде 2. Всего получается три гармоники и, соответственно три неопределенные константы, которые находятся из граничных условий. Эти граничные условия и соответствующие условия нормировки в конечном итоге приводят к трем уравнениям для трех неизвестных:

Решая полученную систему, получаем:

$$D_3 = D_{2\beta}, D_1 = D_2^* = \frac{1}{2} D_{2\beta} \left(1 + i \frac{\rho}{\beta} \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \right) \quad (23)$$

где $D_{2\beta} = \sqrt{\frac{(\varepsilon_2 \beta)^2 \varepsilon_3}{\pi [(\varepsilon_2 \beta)^2 + (\varepsilon_3 \rho)^2]}}$ - нормировочная постоянная.

Таким образом, для магнитного поля справедливо:

$$H_{2y}^{\beta}(z) = \frac{1}{2} D_{2\beta} \begin{cases} \left(1 - i \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{\rho}{\beta} \right) \exp(-i\beta z) + \left(1 + i \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{\rho}{\beta} \right) \exp(i\beta z) & z > 0 \\ 2 \exp(-\rho z) & z < 0 \end{cases} \quad (24)$$

Представим собственные моды поверхностной волны как

$$H_{2y}^{\tau}(z) = \begin{cases} S_1 \exp(-k_1 z) & z > 0 \\ S_2 \exp(k_2 z) & z < 0 \end{cases} \quad (25)$$

$$E_{2z}^{\tau}(z) = -\frac{c}{\omega} k_s \begin{cases} \frac{S_1}{\varepsilon_3} \exp(-k_1 z) & z > 0 \\ \frac{S_2}{\varepsilon_2} \exp(k_2 z) & z < 0 \end{cases} \quad (26)$$

где k_1 и k_2 — поперечные волновые числа, а k_s — продольное, которые связаны друг с другом соотношениями:

$$k_1 = \sqrt{k_s - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_3} k_2 = \sqrt{k_s + \frac{\omega^2}{c^2} |\varepsilon_2|} \quad (27)$$

Условие нормировки для поверхностной волны

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_{2z}^{\tau} H_{2C}^{\tau*} dz = -\frac{A}{\omega} k_s \quad (28)$$

приводит нас к следующим значениям для неизвестных коэффициентов

$$S_1 = S_2 = S_{2\tau} = \left[\frac{1}{2k_2 \varepsilon_2} + \frac{1}{2k_1 \varepsilon_3} \right]^{-1/2} \quad (29)$$

То есть, для магнитного и электрического полей получаем

$$H_{2y}^{\tau}(z) = S_{2\tau} \begin{cases} \exp(-k_1 z) & z > 0 \\ \exp(k_2 z) & z < 0 \end{cases} \quad (30)$$

$$E_{2z}^{\tau}(z) = -\frac{c}{\omega} S_{2\tau} \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_3} \exp(-k_1 z) & z > 0 \\ \frac{1}{\varepsilon_2} \exp(k_2 z) & z < 0 \end{cases} \quad (31)$$

Аналогичные соотношения получаются для границ сред с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_3(\omega, x)$ и ε_4 .

Учитывая вышесказанное, прошедшая волна представляется как

$$\tilde{H}_{2y}^t(x, z) = T H_{2y}^{\tau} \exp(ik_s x) + \int_0^{\infty} [T_{\beta} H_{2y}^{\beta}] d\beta \exp(ik_x^{(2)} x) \quad (32)$$

где T_{β} и T — соответственно амплитуды объемного излучения и поверхностной волны.

По аналогии с (12) и (13) запишем выражение для прошедшего потока

$$P_x^T = \frac{c^2}{8\pi\omega} \left[T T^* k_s + \int_0^{\infty} T_{\beta} T_{\beta}^* k_x^{(2)} d\beta \right] \quad (33)$$

3. Приступим к следующему этапу — «сшиванию» уравнений (13), (14) и (32) при $x = 0$ (условие непрерывности).

Данные уравнения для магнитных и электрических полей:

$$\int_0^{\infty} \left[(I_{\beta} + R_{\beta}^+) H_{1y}^{\beta+} + (I_{\beta} + R_{\beta}^-) H_{1y}^{\beta-} \right] d\beta = T H_{2y}^{\tau} + \int_0^{\infty} T_{\beta} H_{2y}^{\beta} d\beta \quad (34)$$

$$\int_0^{\infty} \left[(I_{\beta} - R_{\beta}^+) E_{1z}^{\beta+} + (I_{\beta} - R_{\beta}^-) E_{1z}^{\beta-} \right] d\beta = T E_{2z}^{\tau} + \int_0^{\infty} T_{\beta} E_{2z}^{\beta} d\beta \quad (35)$$

Умножим (34) на $E_{1z}^{\beta\pm'}$ и проинтегрируем по z в пределах $(-\infty; \infty)$. Учитывая условия ортогональности, а также свойство δ -функции получим

$$-\frac{c}{\omega} k_x^{(1)} (I_{\beta} + R_{\beta}^{\pm}) = T \int_{-\infty}^{\infty} E_{1z}^{\beta\pm'} H_{2y}^{\tau} dz + \int_0^{\infty} T_{\beta} \int_{-\infty}^{\infty} E_{1z}^{\beta\pm'} H_{2y}^{\beta} dz d\beta \quad (36)$$

Теперь сделаем ту же операцию с (35), только умножать уже будем сначала на $H_{2y}^{\beta'}$, а во второй раз на H_{2y}^{τ} и, учитывая условия ортогональности, получим еще два уравнения:

$$-\frac{c}{\omega}k_x^{(2)}T_\beta = \int_0^\infty \left[(I_\beta - R_\beta^+) \int_{-\infty}^\infty H_{2y}^{\beta'} E_{1z}^{\beta+} dz + (I_\beta - R_\beta^-) \int_{-\infty}^\infty H_{2y}^{\beta'} E_{1z}^{\beta-} dz \right] d\beta \quad (37)$$

$$-\frac{c}{\omega}k_s T = \int_0^\infty \left[(I_\beta - R_\beta^+) \int_{-\infty}^\infty H_{2y}^{\tau} E_{1z}^{\beta+} dz + (I_\beta - R_\beta^-) \int_{-\infty}^\infty H_{2y}^{\tau} E_{1z}^{\beta-} dz \right] d\beta \quad (38)$$

Вычисление интегралов в (37), (38) не вызывает трудностей

$$\int_{-\infty}^\infty H_{2y}^{\beta'} E_{1z}^{\beta\pm} dz = -k_x^{(1)} \frac{c}{\omega} \left\{ H_{2y}^{\beta'}, E_{1z}^{\beta\pm} \right\} \delta(\beta - \beta'), \quad (39)$$

где $\left\{ H_{2y}^{\beta}, E_{1z}^{\beta\pm} \right\} = B_{1\beta} D_{2\beta} \frac{\pi}{2\varepsilon_1} \left[1 \pm \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{\rho}{\beta} \right]$

$$\int_{-\infty}^\infty E_{1z}^{\beta\pm} H_{2y}^{\tau} dz = -\frac{c}{\omega} k_x^{(1)} \left\{ E_{1z}^{\beta\pm}, H_{2y}^{\tau} \right\}, \quad (40)$$

где $\left\{ E_{1z}^{\beta\pm}, H_{2y}^{\tau} \right\} = B_{1\beta} S_{2\tau} \frac{1}{\varepsilon_1} \left(\frac{k_2 \pm \beta}{k_2^2 + \beta^2} + \frac{k_1 \mp \beta}{k_1^2 + \beta^2} \right)$.

Решение системы (36-38) есть:

$$T_\beta = I_\beta T' - T T'' R_\beta^\pm = I_\beta R_\beta^\pm - T R_\beta'' \quad (41)$$

$$T = \frac{\int_0^\infty k_x^{(1)} I_\beta \left[(1 - R_+') \left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^{\tau} \right\} + (1 - R_-') \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^{\tau} \right\} \right] d\beta}{k_s + \int_0^\infty k_x^{(1)} \left[\left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^{\tau} \right\} R_+'' + \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^{\tau} \right\} R_-'' \right] d\beta}$$

где введены обозначения:

$$T' = \frac{2k_x^{(1)} \left[\left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^{\beta} \right\} + \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^{\beta} \right\} \right]}{k_x^{(2)} + k_x^{(1)} \left[\left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^{\beta} \right\}^2 + \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^{\beta} \right\}^2 \right]} \quad (42)$$

$$T'' = \frac{k_x^{(1)} \left[\left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^{\beta} \right\} \left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^{\tau} \right\} + \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^{\beta} \right\} \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^{\tau} \right\} \right]}{k_x^{(2)} + k_x^{(1)} \left[\left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^{\beta} \right\}^2 + \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^{\beta} \right\}^2 \right]} \quad (43)$$

Результаты численных вычислений соответствующих потоков в зависимости от величин диэлектрических проницаемостей представлены в таблице 1.

Таблица 1.

ε_1	ε_2	ε_3	P^R	P^T	P^{sp}
1	-20	1	0.45	0.45	0.1
1	-50	5	0.63	0.32	0.05
1	-100	10	0.78	0.19	0.03
1	-1000	15	0.85	0.10	0.05

Литература

1. Маркузе Д. Оптические волноводы: пер. с англ. / под ред. В.В. Шевченко. М.: Мир, 1974. 571 с.
2. Нефедов Е.И. Дифракция электромагнитных волн на диэлектрических структурах. М.: Наука, 1978. 272 с.
3. Киселев В.А. Резонансное преобразование и отражение поверхностных волн в тонкопленочном волноводе с синусоидально гофрированной поверхностью // Квантовая электроника. 1974. 1(2). С. 329
4. Шевченко В.В. Плавные переходы в открытых волноводах. М.: Наука, 1978. 192 с.
5. Агранович В.М., Кравцов В.Е., Лескова Т.А. Дифракция поверхностных поляритонов на шаге импеданса в области резонанса с колебаниями в переходном слое // ЖЭТФ, 81(5). 1981. С. 1828.
6. Voronko A.I., Klimova L.G., Shkerdin G.N. Reflection of surface polaritons at a dielectric barrier // Solid State Comm. 1987. 6. P. 361.
7. Поверхностные поляритоны. / под ред. В.М. Аграновича, Д. Миллса. М.: Наука, 1986. 525 с.
8. Дюбуа А.Б., Зилотова М.А., Кучерявый С.И., Сафошкин А.С. – Кинетические процессы в умеренно легированном гетеропереходе // Вестник РГРТУ. 2013. №3(45). С. 88-92.

MSC 82D37

Peculiarities of solving the integridifferential Maxwell equations and excitation of the surface polariton on the planar structure

A.S. Safoshkin¹, A.B. Dubois¹, K.V. Bukhensky¹, S.I. Kucheryavy², G.S. Lukyanova¹,
A.A. Strelnikov¹, A.S. Lachugin¹

Ryazan State Radioengineering University¹, Atomic Energy of National Research
Nuclear University of Moscow Engineer-Physics University²

Abstract: The paper deals with the diffraction of an electromagnetic wave at the vacuum-metal-nonlinear film-semiconductor interface with the excitation of a surface wave. Within the framework of the theory, the mode method for calculating the interaction of radiation with a structure is developed, which makes it possible to calculate the energy fluxes arising in diffraction processes for a fixed energy flux of the perturbation.

Keywords: Mathematical model, electromagnetic wave, diffraction process

References

1. Markuze D. Opticheskie volnovody: per. s angl. / pod red. V.V. Shevchenko [Optical waveguides: translation from English. Ed. V.V. Shevchenko] Moscow, Publishing of the "Mir 1974. 571 p.
2. Nefedov E.I. Difrakciya elektromagnitnyh voln na dielektricheskikh strukturah [Diffraction of Electromagnetic Waves on Dielectric Structures] Moscow, Publishing of the "Nauka 1978. 272 p.
3. Kiselev V.A. Resonansnoe preobrazovanie i otrazhenie poverhnostnyh voln d tonkoplenochnom volnovode s sinusoidalno gofirovannoi poverhnost'u [Resonant transformation and reflection of surface waves in a thin-film waveguide with a sinusoidally corrugated surface] // Quantum Electronics. 1974. 1(2). P. 329
4. Shevchenko V.V. Plavnye perehody b otkrytyh volnovodah [Smooth transitions in open waveguides.] Moscow, Publishing of the "Nauka 1978. 192 p.
5. Agranovich V.M., Kravtsov V.E., Leskova T.A. Diffraction of the surface polaritons by an impedance step in the region of resonance with oscillations in a transition layer // JETP. 1981. 81(11). P. 1828.
6. Voronko A.I., Klimova L.G., Shkerdin G.N. Reflection of surface polaritons at a dielectric barrier // Solid State Comm. 1987. 6. P. 361.
7. Poverhnostnye polyaritony / pod red. V.M. Agranovich, D. Mills [Surface polaritons / Ed. V.M. Agranovich, D. Mills]. Moscow, Publishing of the "Nauka 1986. 525 p.
8. Dubois A. B., Zilotova M. A., Kucheryavy S. I. and Safoshkin A. S. Kineticheskie processy v umerenno legirovannyh geteroperehodah [Kinetic processes in moderately doped heterojunction] // Vestnik of RSREU. 2013. 3(45). p. 88-92