УДК 51.7

# Восстановление начального профиля ударной волны нейросетевым методом

Д.А. Тархов[1], Т.А. Шемякина[1], А.Р. Беляева[1], Т.Т. Каверзнева[1], И.У. Зулькарнай[2]

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого[1], Башкирский государственный университет[2]

*Аннотация:* Исследования, проведенные нами по изучению распространения в металлической трубе ударной волны, позволяют создать приближенную к реальному эксперименту модель и уточнить значения коэффициентов дифференциальных уравнений, описывающих фронт резкого изменения параметров среды. Это позволяет нам в постановке обратной задачи прогнозировать параметры среды с уточненными экспериментом значениями.

*Ключевые слова:* нейронные сети, нелинейная оптимизация, ударная волна, дифференциальные уравнения, обратная задача

## 1. Введение

Большой интерес для практического использования в области обеспечения безопасной эксплуатации технических объектов представляют решения обратных задач, поскольку они позволяют прогнозировать поведение исследуемых объектов. Широкий выбор параметров исследования поможет уже на стадии проектирования, строительства, реконструкции закладывать те запасы прочности, которые будут отвечать требованиям безопасности с учетом реальных условий существования объектов; например, аварии, связанные с обрушением крыш, которые имели место в разных странах, свидетельствуют о том, что мы на данный момент не учитывает ряд факторов, способных воздействовать на конструкцию и материалы крыш с учетом фактора времени. Необходимость учитывать изменение состояния технических объектов приводит нас к задачам моделирования физических процессов, которые и определяют эти изменения. Кроме того, надо иметь ввиду, что в реальной картине мы чаще всего сталкиваемся не с одним воздействующим фактором, а с несколькими, действующими одновременно. Определение влияния этих факторов на физические явления, оценка их вклада позволит проводить достаточно достоверное прогнозирование состояния разнообразных объектов. Потому метод нейросетевого моделирования, хорошо себя зарекомендовавший для решения нелинейных задач, представляется наиболее эффективным.

## 2. Постановка задачи и метод исследования

Рассматривается классический эксперимент о возникновении и распространении ударной волны. Цилиндрическая труба с закрытым входом и выходом. Она разделена диафрагмой на два отсека: левый - камеру высокого давления (КВД) и правый - камеру низкого давления (КНД). Труба считается теплоизолированной, а движение газа - адиабатическим. В камере высокого давления находится толкающий газ. В качестве толкающего газа используют атмосферный воздух. Перепад давления создают за счёт заполнения герметизированной камеры низкого давления рабочим газом до давлений, меньших атмосферного. Эксперименты проводились при начальных значениях давления 30, 60, 90, 120 мм. рт. ст. в КНД. В некоторый момент времени диафрагма разрушается. После разрыва диафрагмы в КНД устремляется толкающий газ из КВД, формируя волну сжатия, которая образует ударную волну.

В прямой постановке задачи [1] известны характеристики газа до взрыва (начальное давление, молекулярный вес и показатель адиабаты). Производился разрыв диафрагмы в некоторый момент времени. Далее находились зависимости характеристик после взрыва (давлений, скоростей распространения ударной волны, волн разряжения и т.д.).

В нашем эксперименте датчики регистрируют давление до и после разрушения диафрагмы. В результате исследований выяснилось, что давление на датчике меняется не скачком, хотя в момент прохождения волны растёт достаточно быстро. Мы предполагаем, что причина отсутствия скачка состоит в том, что давление слева и справа от диафрагмы в начальный момент непостоянно (существует протечка): разрыв диафрагмы происходит не мгновенно. В КНД ударной трубы датчиками были зафиксированы профили давления.

Этот процесс описывается системой дифференциальных уравнений [1]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + \rho^{-1}\frac{\partial p}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + c^2\rho\frac{\partial u}{\partial x} + u\frac{\partial p}{\partial x} = 0,$$

с начальными условиями:

$$u(0,x) = 0;\ p(0,x) = p_0,$$

где неизвестные функции $u$ – скорость ударной волны (м/с);

$p = \rho^\gamma$ – давление (мм рт. ст.);

$p_0$ – начальное давление (мм рт. ст.);

$\rho$ – плотность;

$\gamma = 1.4$ – коэффициент отношения теплоемкостей;

$c = 346$ – скорость звука в газе (м/с).

Для упрощения процесса нейросетевого моделирования производим замену переменных:

$v = \frac{u}{c}$ – относительная величина скорости;

$q = \frac{\gamma}{c^2(\gamma-1)}, p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ – новая неизвестная функция.

Вместо переменной времени $t$ (мс) используем новую независимую переменную $\tau = \frac{t}{b}$, где $b = \frac{l_n}{c}$; $l_n = 3.54$ – длина КНД (м).

Вводим условную координату $y$ из соотношения: $y = \frac{x}{l_p}$, где $x$ – старая независимая переменная; $l_p$ – положение датчика давления относительно трубы.

После преобразований получаем новую систему уравнений в следующем виде:

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + v\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial q}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial q}{\partial \tau} + \frac{\partial v}{\partial y} + v\frac{\partial q}{\partial y} = 0,$$

с начальными условиями:

$$v(0,y) = 0;\ q(0,y) = q_0.$$

Для восстановления начального профиля давления построена нейросетевая модель. В этой модели используются данные с датчика давления, расположенного в трубе. Выход нейросетевой модели в начальный момент времени и даёт начальное распределение.

Приближённое решение строится в виде искусственной нейронной сети методами [2], [3], [4], [5] в виде персептронов с одним скрытым слоем:

$$v(\tau, y) = \sum_{i=1}^{n} a_i \varphi(\tau, y, \overrightarrow{\alpha_i}),$$

$$q(\tau, y) = \sum_{i=1}^{n} b_i \varphi(\tau, y, \vec{\beta_i}).$$

В качестве функции активации $\varphi$ использовалась функция $\tanh(c(\tau - \tau_i) + d(y - y_i))$. Можно использовать другие функции активации, например, гауссианы $exp(-c(\tau - \tau_i)^2 - d(y - y_i)^2)$.

В работах [4], [5] было указано, что нейронные сети, построенные на основе гаусси-ан и функций (называемые RBF-сети), удобно использовать в задачах, имеющих гладкое решение.

Задачи, где решение или приближение к нему является скачкообразным, удобно использовать нейронные сети с базисными функциями сигмоидного типа. Такой функцией является гиперболический тангенс. Вычислительные эксперименты, проведенные для данной задачи подтвердили правильность этого предположения.

Подбор весов $(a_i, \overrightarrow{\alpha_i}, b_i, \vec{\beta_i})$ осуществлялся через минимизацию функционала, в котором учитываются ошибки в удовлетворении каждого из уравнений и отличия в значениях выхода сети для $v, q$ от соответствующих экспериментальных данных.

$$J = J_1 + \delta \cdot J_2.$$

$$J_1 = \sum_{j=1}^{M} ((\frac{\partial v}{\partial \tau} + v\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial q}{\partial y})^2 +$$
$$+(\frac{\partial q}{\partial \tau} + \frac{\partial v}{\partial y} + v\frac{\partial q}{\partial y})^2)(\tau_j, y_j)$$

– слагаемое, отвечающее системе уравнений;

где $y_j$ – пробные точки из интервала [0, 1];

$\tau_j$ – пробные точки, соответствующие времени наблюдений;

$(\tau_j, y_j)$ – перегенерируются через несколько шагов алгоритма нелинейной оптимизации функционала $J$.

$$J_2 = \sum_{k=1}^{m} v^2(0, y_k) + \sum_{l=1}^{M} (q(\tau_l, 1) - q_l)^2$$

– слагаемое, отвечающее начальным условиям и измерениям;

где $y_k$ – пробные точки из интервала [0, 1];

$\tau_l$ – точки, соответствующие экспериментальным наблюдениям;

$\delta > 0$ – «штрафной» множитель.

Начальный профиль давления восстанавливается по значениям $q(0, y)$ с помощью замены переменной, обратной к приведённой выше.

## 3. Заключение

Нейросетевое моделирование позволяет получить 3D модель ударной волны, представляющая собой зависимость давления от координаты и времени. Результаты вычислений показали возможность восстановления начального распределения давления вдоль трубы по измерениям зависимости давления от времени на датчике.

В дальнейшем предполагается дополнить данные, используемые при обучении нейронной сети. Например, можно добавить асимптотическое решение. Это должно существенно увеличить точность и сократить время обучения.

# Литература

1. Пирумов У.Г., Росляков Г.С. Численные методы газовой динамики. М.: Высш. шк. 1987. 232 с.

2. Беляева А.Р., Мишина А.С., Тархов Д.А., Шемякина Т.А. Построение нейросетевой модели ударной волны по дифференциальным уравнениям и экспериментальным данным // Материалы X Междунар. конф. по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ' 2014). М.: МАИ-ПРИНТ. 2014, С. 460 – 461.

3. Kainov N.U., Tarkhov D.A., Shemyakina T.A. Application of neural network modeling to identification and prediction in ecology data analysis for metallurgy and welding industry //Nonlinear Phenomena in Complex Systems, vol. 17, no. 1 (2014). pp. 57 – 63.

4. Тархов Д.А. Нейросетевые модели и алгоритмы. М.: Радиотехника. 2014. 348 с.

5. Васильев А.Н., Тархов Д.А., Шемякина Т.А. Нейросетевой подход к задачам математической физики. СПб.: Нестор-История. 2015. 260 с.

MSC 34G10

# Reconstruction of the initial profile of the shock wave by Neural Network method

D.A. Tarkhov[1], T.A. Shemyakina[1], A.R. Belyaewa[1], T.T. Kaverzneva[1], I.U. Zulkarnay[2]
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University[1], Bashkir State University[2]

*Abstract:* Recovery process and identifying the causes of the accident or disaster is one of the important problems of technogenic safety. Blast waves are one of the objects of study such processes. The consequence of an explosion could be the formation of surface discontinuities currents, which are referred to as shock waves. In this work neural network modeling is considered in order to clarify the processes of occurrence and propagation of the shock wave. The object of study is the primary incident shock wave in an atmospheric shock tube. The pressure distribution profile at the initial time is based on the use of differential equations and experimental data.

*Keywords:* neural networks, nonlinear optimization, shock wave, differential equations, inverse problem

## References

1. Pirumov U.G., Roslyakov G.S. Chislennyie metodyi gazovoy dinamiki [Numerical methods of gas dynamics]. Moscow, Publishing of the "Higher school", 1987. 232 p.

2. Belyaewa A.R., Michina A.S., Tarkhov D.A., Shemyakina T.A. Postroenie neyrosetevoy modeli udarnoy volnyi po differentsialnyim uravneniyam i eksperimentalnyim dannyim [Building a neural network model of the shock wave on differential equations and experimental data] //Materials of The X Intern. Conf. on none quilibrium processes in nozzles and jets (NPNJ'2014). 2014. P. 460 – 461

3. Kainov N.U., Tarkhov D.,A., Shemyakina T.A. Application of neural network modeling to identification and prediction in ecology data analysis for metallurgy and welding industry // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 2014. V. 17. No. 1. P. 57 – 63.

4. Tarkhov D.A. Neyrosetevyie modeli i algoritmyi [Neural network models and algorithms] Moscow, Publishing of the "Radiotechnics, Publishing of the ", 2014. 348 p.

5. Vasilyev A.N., Tarkhov D.A., Shemyakina T.A. Neyrosetevoy podhod k zadacham matematicheskoy fiziki [Neural network approach to problems of mathematical physics] Saint Petersburg, Publishing of the "Nestor-History", 2015. 260 p.