

УДК 519.63

Решение обратной задачи для динамической стохастической системы на примере управления газотурбинным авиационным двигателем

С.В. Новикова¹, А.П. Снегуренко¹

Казанский национальный исследовательский технический университет
им. А.Н. Туполева-КАИ¹

Аннотация: Статья посвящена разработке алгоритма для решения обратной задачи поиска оптимального управления динамической системой в условиях внешних аддитивных шумов и неполной информации относительно значений управляющих параметров. Приводится пошаговый алгоритм решения задачи. Эффективность алгоритма доказана численными экспериментами.

Ключевые слова: динамическая стохастическая система, обратная задача управления, регулирование газотурбинного двигателя.

1. Введение

В настоящее время основой для конструирования сложных технических систем, к каковым безусловно относятся и авиационные конструкции, является математическое и компьютерное моделирование [1-2]. Прямые задачи для расчета прочностных, летных, динамических и других характеристик авиационных конструкций широко описаны в литературе, методы их решения известны [3-5].

Решение обратных задач в авиастроении связано в первую очередь с расчетом прочностных характеристик авиационных конструкций [6-7] и задач теплообмена [8]. К обратным задачам относятся также задачи управления режимами работы авиационных двигателей [9-10]. В условиях реальной эксплуатации в силу неравномерности горения топлива двигатель подвергается воздействию случайных возмущений в виде Гауссовых белых шумов. Кроме того, на этапе стендовых испытаний не все обратные связи системы могут быть точно известны. Таким образом, прямые задачи данного типа описываются системами стохастических дифференциальных уравнений с неизвестными параметрами и с аддитивными белыми шумами в правой части.

Для подобных математических моделей решение обратной задачи относительно параметров управления затрудняется необходимостью оценивать неизвестные параметры, что в реальных условиях возможно реализовать путем измерения фазовых характеристик системы [11].

2. Постановка задачи

Пусть исходная линейная динамическая система описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \varphi x + Ab \quad (t_0 \leq t \leq t_1); \\ x(t_0) &= x_0; \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь t - время, $[t_0, t_1]$ - интервал измерений, $x = (x_1, \dots, x_n)$ - вектор состояния системы (1) с компонентами $x_i = x_i(t)$; $x_0 = (x_{0_1}, \dots, x_{0_n})$ - заданный вектор начальных значений вектора состояния, $A = \|a_{ij}(t)\|_{n \times n}$ - матрица заданных функций $a_{ij}(t)$; $b = (b_1, \dots, b_s)$, - вектор параметров системы.

Необходимо рассчитать такие значения параметров b системы (1), чтобы фазовые координаты $x = (x_1, \dots, x_n)$ в результате решения прямой задачи минимально отличались от некоторого заданного эталонного состояния $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$, $\dot{x}_1^* = \dot{x}_1^*(t)$.

Под действием случайных возмущений система (1) преобразуется в стохастическую:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \varphi X + Ab + \Delta \quad (t_0 \leq t \leq t_1); \\ X(t_0) &= X^0; \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\Delta = (\Delta_1, \dots, \Delta_n)$ - вектор-столбец случайных некоррелированных шумов $\Delta_i = \Delta_i(t)$, воздействующих на систему, с нулевыми математическими ожиданиями и заданной автокорреляционной матрицей $K_\Delta(t, t') = \|K_{\Delta_{ij}}(t, t')\|_{n \times n}$, $X^0 = (X_1^0, \dots, X_n^0)$ - вектор случайных начальных состояний с математическим ожиданием x_0 и заданной корреляционной матрицей K_0 .

Таким образом необходимо разработать вычислительную процедуру решения обратной задачи для стохастической системы (2) относительно параметров b . Процедуру решения организуем в виде итерационного поэтапного процесса.

Математическая постановка обратной задачи может быть сформулирована как задача безусловной оптимизации следующего вида:

$$J = \int_{t_0}^{t_1} (x^k - x^*)^T \Gamma (x^k - x^*) dt \Rightarrow \min \quad (3)$$

Где x^k - фазовое состояние системы на k -том этапе решения, Γ -симметричная матрица положительных коэффициентов.

Очевидно, что в процессе решения обратной задачи исследователь могут обладать различной степенью информированности относительно значений параметров. Также не все параметры должны корректироваться в процессе решения обратной задачи. Для отражения данного обстоятельства представим вектор параметров b в виде: $b = (u, v, w, \mathcal{G})$, а систему (1) на k -том этапе решения обратной задачи представим в виде:

$$\begin{aligned} \dot{x}^k &= \varphi x^k + Uu^k + Vv^k + Ww^k + \Theta \mathcal{G} \quad (t_0 \leq t \leq t_1); \\ x^k(t_0) &= x_0 \quad (k = 0, 1, \dots); \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь индекс k соответствует номеру итерации, $\varphi = \|\varphi_{ij}(t)\|_{n \times n}$, $U = \|U_{ij}(t)\|_{n \times m}$, $V = \|V_{ij}(t)\|_{n \times r}$, $W = \|W_{ij}(t)\|_{n \times q}$, $\Theta = \|\Theta_{ij}(t)\|_{n \times \mu}$ - матрицы заданных функций $\varphi_{ij}(t)$, $U_{ij}(t)$, $V_{ij}(t)$, $W_{ij}(t)$, $\Theta_{ij}(t)$; $u^k = (u_1^k, \dots, u_m^k)$ - вектор корректируемых параметров, значения которых u^0 на начальном ($k=0$) этапе коррекций известны, а конечные значения неизвестны; $v^k = (v_1^k, \dots, v_r^k)$ - вектор корректируемых параметров, с неизвестными начальными v^0 и конечными значениями; $w^k = (w_1^k, \dots, w_q^k)$ - вектор корректируемых параметров с неизвестными начальными значениями w^0 и известными конечными значениями w^* ; $\mathcal{G} = (\mathcal{G}_1, \dots, \mathcal{G}_\mu)$ - вектор неизвестных и некорректируемых параметров.

Тогда поведение реальной системы с воздействующими на нее случайными возмущениями на k -том этапе решения задачи можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \dot{X}^k &= \varphi X^k + Uu^k + Vv^k + Ww^k + \Theta \mathcal{G} + \Delta^k \quad (t_0 \leq t \leq t_1); \\ X^k(t_0) &= X^{k0}, \quad (k = 0, 1, \dots); \end{aligned} \quad (5)$$

Для непосредственных вычислений и минимизации функции (3) необходимо обладать оценкой начальных значений тех параметров, для которых значения до проведения вычислений были неизвестны, то есть необходимо иметь оценку вектора $\theta^0 = (v^0, w^0, \mathcal{G})$. Эту оценку можно получить на основе измерений фазовых координат системы (5). Уравнение измерения (измерителя) фазовых координат можно записать в виде:

$$Z^k(t) = HX^k(t) + Y^k(t) \quad (6)$$

Здесь: $Z^k = (Z_1^k, \dots, Z_i^k, \dots, Z_\rho^k)$ - вектор-столбец результатов измерений с компонентами $Z^k_i(t)$, $H = \|H_{ij}(t)\|_{\rho \times n}$ - заданная матрица с элементами $H_{ij}(t)$, определяющая полноту измерений вектора состояний $X^k(t)$; $Y^k = (Y_1^k, \dots, Y_\rho^k)$ - вектор-столбец случайных шумов измерителя с заданной автокорреляционной матрицей $K_Y(t, t')$.

Итак, требуется вычислить (скорректировать) параметры u^k, v^k, w^k линейной динамической системы (4) на основе измерений (6) стохастической динамической системы (5) из условия минимума функционала (3).

Если для достижения минимума функционала (3) потребуется f шагов коррекции, то состоянию x^f будут соответствовать значения параметров $(u^f, v^f, w^*, \mathcal{G})$.

3. Алгоритм решения обратной задачи

Для решения поставленной задачи были проведены обширные исследования [9-10], [12-15]. В результате был разработан следующий **Алгоритм 1** решения обратной задачи для подбора параметров динамической системы :

1. Для исходной системы вида (4) с измерениями согласно (5) -(6) определяется матрица переходных состояний $\Psi(t, t_0)$, удовлетворяющая системе дифференциальных уравнений вида:

$$\frac{d\Psi(t, t_0)}{dt} = \varphi(t)\Psi(t, t_0), \quad \Psi(t_0, t_0) = E_{n \times n} \quad (7)$$

2. Определяются значения функциональных матриц $U^*(t), V^*(t), W^*(t), \Theta^*(t)$ согласно формулам:

$$U^* = \int_{t_0}^t \Psi(t, \tau) U(\tau) d\tau, \quad V^* = \int_{t_0}^t \Psi(t, \tau) V(\tau) d\tau, \quad (8)$$

$$W^* = \int_{t_0}^t \Psi(t, \tau) W(\tau) d\tau, \quad \Theta^* = \int_{t_0}^t \Psi(t, \tau) \Theta(\tau) d\tau \quad (9)$$

3. Вычисляется матрица функций $A(t)$ и матрица \bar{A} , где

$$A = (U^*/V^*), \quad \bar{A} = \int_{t_0}^{t_1} A^T \Gamma A dt, \quad (10)$$

Γ -симметричная матрица положительных коэффициентов.

4. Определяются элементы функциональных матриц $V^{**}(t), W^{**}(t), \Theta^{**}(t)$ согласно формулам:

$$V^{**} = HV^*, \quad W^{**} = HW^*, \quad \Theta^{**} = H\Theta^* \quad (11)$$

5. Определяется матрица функций $B(t)$:

$$B = (V^{**}, W^{**}, \Theta^{**}) \quad (12)$$

6. Вычисляется корреляционная матрица $K_{\Delta}^*(t, \tau)$ процесса возмущения $\Delta_k^* = \Delta_k^*(t)$, по известным матрица корреляций K_0 и $K_{\Delta}(t', t'')$, определяемая выражением:

$$K_{\Delta}^*(t, \tau) = \Psi(t, t_0) K_0 \Psi^T(\tau, t_0) + \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_1} \Psi(t, t') K_{\Delta}(t', t'') \Psi^T(\tau, t'') dt' dt'' \quad (13)$$

7. Вычисляется корреляционная матрица $K_{I\tau}$ процесса возмущения измерителя $Y_k^*(t)$:

$$K_{I\tau} = H(t) K_{\Delta}^*(t, \tau) H^T(\tau) + K_Y(t, \tau) \quad (14)$$

8. Решается система интегральных уравнений

$$\int_{t_0}^{t_1} f^*(t) B dt = E_{g \times g}, \quad f^*(t) - \Lambda^* \int_{t_0}^{t_1} f^*(\tau) K_{I\tau} d\tau = B^T \quad (15)$$

относительно неизвестных функций $f^*(t)$ для эффективного, несмещенного и устойчивого оценивания вектора неизвестных значений параметров $\theta^0 = (v^0, w^0, \mathcal{G})$.

9. По измерениям $Z^k(t)$ определяется оценка вектора неизвестных параметров $\theta^0 = (v^0, w^0, \mathcal{G})$ в нулевом приближении:

$$(\tilde{v}^{0k-1}, \tilde{w}^{0k-1}, \tilde{\mathcal{G}}^{k-1}) = \int_{t_0}^{t_1} f^{*k-1} \bar{Z}^{k-1*} dt \quad (16)$$

$$\bar{Z}^{k-1*} = \frac{1}{k} \sum_{j=0}^{k-1} Z^j. \quad (17)$$

В результате при $k=1$ получаем оценки $(\tilde{v}^{00}, \tilde{w}^{00}, \tilde{g}^0)$

10. Находятся оценки $(\tilde{u}^{fk-1}, \tilde{v}^{fk-1})$ скорректированных параметров u^f, v^f по формуле:

$$(\tilde{u}^{fk-1}, \tilde{v}^{fk-1}) = \bar{A}^{-1} \int_{t_0}^{t_1} A^T \Gamma (x^* - \psi(t, t_0) x_0 - W^* w^* - \Theta^* \tilde{g}^{k-1}) dt \quad (18)$$

При $k=1$ определяются оценки $(\tilde{u}^{f0}, \tilde{v}^{f0})$ в нулевом приближении.

11. Вычисляются корректирующие добавки $\delta u^0, \delta v^0, \delta w^0$:

$$\delta u^{k-1} = \tilde{u}^{fk-1} - u^0, \delta v^{k-1} = \tilde{v}^{fk-1} - \tilde{v}^{0k-1}, \delta w^{k-1} = w^* - \tilde{w}^{0k-1}, (k=1) \quad (19)$$

12. Осуществляется коррекция системы при $k=1$, за счёт добавления коррекций-приращений $\delta u^0, \delta v^0$ и δw^0 к параметру u^0 и оценкам неизвестных параметров v^0 и w^0 :

$$u^k = u^0 + \delta u^{k-1}, v^k = v^0 + \delta v^{k-1}, w^k = w^0 + \delta w^{k-1} \quad (20)$$

13. По оценкам предыдущего состояния процесса x^k , соответствующего значениям параметров u^k, v^k, w^k , повторяются пп. 9-13 при $k=k+1$ и определяется последующее приближение к скорректированному состоянию x^f , соответствующему скорректированным параметрам u^f, v^f, w^*, g .

Этот процесс повторяется до тех пор, пока искомое скорректированное состояние не будет получено с заданной точностью.

4. Вычислительный эксперимент

В качестве объекта регулирования рассмотрим газотурбинный двигатель (ГТД), описываемый уравнениями [16]:

$$\dot{G} = K_1(u_G - m_2 G - m_1 n), \quad (21)$$

$$\dot{F} = K_2(u_F - m_3 \tau - m_4 F), \quad (22)$$

$$\dot{n} = b_{11} G + b_{12} F - a_{11} n, \quad (23)$$

$$\dot{\tau} = b_{21} G + a_{21} n - a_{22} \tau \quad (24)$$

Здесь: G -подача топлива, F -площадь сопла, n -обороты турбины, τ -температура выходящих газов, K_1, K_2 -коэффициенты усиления исполнительных устройств, $a_{11}, a_{21}, a_{22}, b_{11}, b_{12}, b_{21}$ - известные параметры двигателя, m_1, m_2, m_3, m_4 - коэффициенты обратных связей, некоторые из которых неизвестны, u_G, u_F -входные управляющие сигналы, изменяющие подачу топлива и площадь выходного сопла.

Будем рассматривать стендовый режим работы ГТД в режиме малого газа в течение трех секунд.

Необходимо скорректировать управляющие сигналы двигателя так, чтобы перевести его в течение заданного промежутка времени (0;3) из одного режима в другой, обеспечив заданные начальные:

$$n(t_0) = n_0, \dot{n}(t_0) = 0, \tau(t_0) = \tau_0, \dot{\tau}(t_0) = 0. \quad (25)$$

и (во избежание перерегулирования) конечные:

$$n(t_k) = n_k, \dot{n}(t_k) = 0, \tau(t_k) = \tau_k, \dot{\tau}(t_k) = 0. \quad (26)$$

значения оборотов турбины n и температуры газов τ . Здесь n_0, τ_0, n_k, τ_k - заданные значения.

Требуется определить управляющие воздействия u_G, u_F для обеспечения заданных значений оборотов турбины n и температуры исходящих газов τ за заданный интервал времени регулирования (t_0, t_k) по результатам измерения подачи топлива и площади сопла ГДТ. В результате эрозионного горения топлива на двигатель воздействуют случайные процессы с известными характеристиками. Внешние возмущения влияют также и на измерительные приборы.

Преобразуем задачу (21)-(24) к виду (4). Согласно алгоритму выбора функции, обеспечивающей требуемое движение системы (25)-(26) [16], функции, определяющие обороты турбины и температуру исходящих газов, имеют следующий вид:

$$n = 0.1 + 0.1t^2 - 0.022222t^3 \quad (27)$$

$$\tau = 0.15 + 0.11667t^2 - 0.025926t^3 \quad (28)$$

В качестве начального состояния системы было принято условие: $n_0 = 0.1, \tau_0 = 0.15$, а в качестве конечного: $n_k = 0.4, \tau_k = 0.5$.

Такие эталонные траектории перехода иллюстрирует Рис.1. Таким образом, оптимальное управление u_G, u_F должно соответствовать эталонным траекториям (27). Начальные условия для (21) и (22) не заданы, но однозначно могут быть определены из выражений (23)-(24). Таким образом получим:

$$G_0 = 0.253, F_0 = 0.103 \quad (29)$$

Подставив выражения (27)-(28) в соотношения (21)-(22) получим выражения для подачи топлива и площади сопла, которым должно удовлетворять оптимальное управление:

$$G = 0.253 + 1.525t - 0.328t^2 - 0.04t^3 \quad (30)$$

$$F = 0.103 - 1.005t + 0.495t^2 - 0.036t^3 \quad (31)$$

Траектории процессов-эталонов представлены на Рис.2.

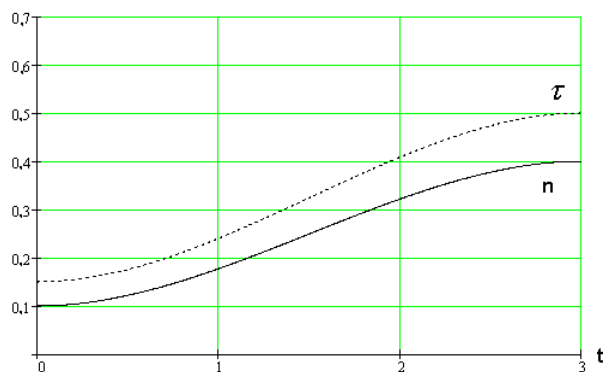


Рис. 1. Эталонные траектории перехода ГДТ по n и τ в процессе управления без перерегулирования

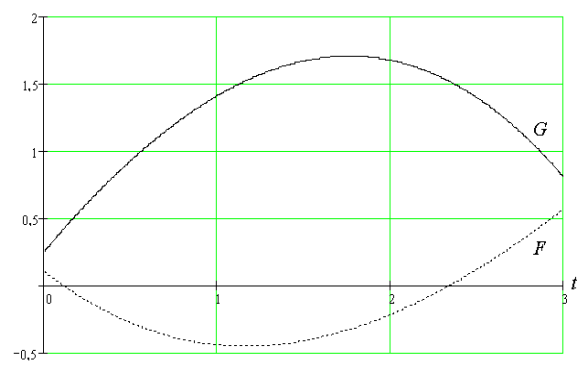


Рис. 2. Эталонные траектории перехода по G и F , соответствующие переходу по n и τ без перерегулирования

Тогда задача регулирования ГТД будет звучать следующим образом: требуется скорректировать неизвестные параметры управления u_G и u_F системы (21)-(22) с начальными условиями (29) на интервале (0,3) при целевых вектор-функциях (30)-(31). При этом полученное управление обеспечит оптимальные траектории перехода ГТД по оборотам турбины n и температуре исходящих газов τ .

Для проведения вычислительного эксперимента использовалось авторское программное обеспечение, производящее вычисления согласно Алгоритму 1. В качестве случайных возмущений системы и измерителя программа генерировала случайные процессы – некоррелированные белые Гауссовы шумы с интенсивностями:

- $G^x=0,06$ – интенсивность шума, возмущающего систему,
- $G^z=0,05$ – интенсивность шума, действующего на измеритель.

Параметры двигателя, соответствующие режиму малого газа при стендовых испытаниях, имеют следующие значения [16]:

$$a_{11} = 3.03, a_{21} = 0.113, a_{22} = 0.333, b_{11} = 0.79, b_{12} = 1, b_{21} = 0.153.$$

Коэффициенты усиления исполняющих устройств: $K_1=100, K_2=100$. Обратные связи m_1, m_3 являются неизвестными, $m_2=0,0647, m_4=0,1655$.

Эксперимент №1: управление постоянным управляющим сигналом

Пусть управление осуществляется постоянным управляющим сигналом, то есть u_G и u_F - константы.

Представим выражения (21) – (22) в виде (4):

$$\begin{aligned} (\dot{x}_1, \dot{x}_2)^T &= \varphi \times (x_1, x_2)^T + V \times (v_1, v_2)^T + \Theta \times (\vartheta_1, \vartheta_2)^T, \\ t \in [0,3], (x_1(0), x_2(0))^T &= (0.253; 0.103)^T \end{aligned} \quad (32)$$

Здесь $(x_1, x_2)^T = (G; F)^T, (v_1, v_2)^T = (u_G; u_F)^T, (\vartheta_1, \vartheta_2)^T = (m_1; m_2)^T, \varphi = \begin{vmatrix} -K_1 m_2 & 0 \\ 0 & -K_2 m_4 \end{vmatrix},$

$$V = \begin{vmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{vmatrix}, \theta(t) = \begin{vmatrix} -K_1 n & 0 \\ 0 & -K_2 \tau \end{vmatrix}.$$

Решается обратная задача для системы дифференциальных уравнений (32) со случайными возмущениями при начальном состоянии (29) для определения оптимальных параметров $(v_1, v_2)^T$ с эталонными фазовыми характеристиками (30), (31) на интервале (0;3).

В качестве критерия останова алгоритма было принято приращение искомым параметров менее чем на 0,5%. Получены следующие результаты:

1. Скорректированное состояние достигалось за 4 итерации.
2. Начальные значения управляющих параметров u_G, u_F определены как $u_G=0.1110;$
 $u_F = -1.0010$
3. Оптимальные значения управляющих параметров u_G^f, u_F^f определены как: u_G^f
 $=0.23505, u_F^f = -0.6361$
4. Определены значения неизвестных обратных связей: $m_1=0.7258, m_3=-2.0567$

Оптимальные значения параметров управления позволили достичь меры близости между реальным и эталонным состояниями порядка 0,9.

Расхождение между скорректированной и целевой траекториями отражается главным образом на траектории площади сопла ГТД (Рис. 3).

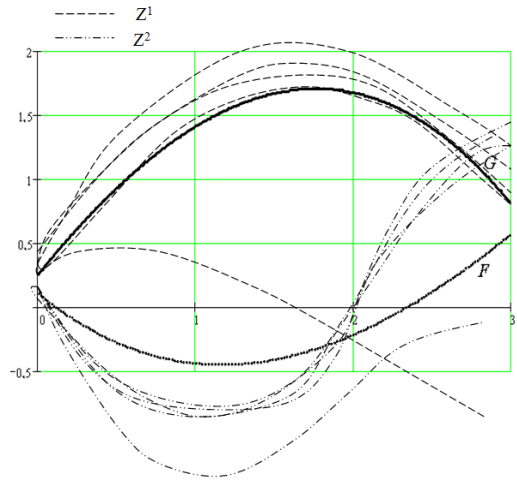


Рис. 3. Расхождение результатов измерения системы (Z^1, Z^2) и эталонной вектор-функции (G, F) на итерациях процесса.

Эксперимент №2: управление линейным по времени сигналом

Управляющие воздействия предложено моделировать как линейные функции с неизвестными коэффициентами:

$$u_G = u_G^0 + u_G^1 t \quad (33)$$

$$u_F = u_F^0 + u_F^1 t \quad (34)$$

Корректируемыми параметрами в данном случае являются коэффициенты линейных уравнений (33)-(34) u_G^0, u_G^1, u_F^0 и u_F^1 .

В этом случае выражения (21)- (22) преобразуются к виду (4) следующим образом (размерность задачи возрастает):

$$\begin{aligned} (\dot{x}_1, \dot{x}_2)^T &= \varphi \times (x_1, x_2)^T + V \times (v_1, v_2, v_3, v_4)^T + \Theta \times (\vartheta_1, \vartheta_2)^T, \\ t \in [0, 3], (x_1(0), x_2(0))^T &= (0.25 \ 3 \ 0.103)^T \end{aligned} \quad (35)$$

$$\text{Здесь: } (x_1, x_2)^T = (G; F)^T; (v_1; v_2; v_3; v_4)^T = (u_G^0; u_G^1; u_F^0; u_F^1)^T; \theta(t) = \begin{vmatrix} -K_1 n & 0 \\ 0 & -K_2 \tau \end{vmatrix};$$

$$(\vartheta_1, \vartheta_2)^T = (m_1; m_2)^T; \varphi = \begin{vmatrix} -K_1 m_2 & 0 \\ 0 & -K_2 m_4 \end{vmatrix}; V = \begin{vmatrix} K_1 & K_1 t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_2 & K_2 t \end{vmatrix}.$$

Решается обратная задача для системы дифференциальных уравнений (35) со случайными возмущениями при начальном состоянии (29) для определения оптимальных параметров $(v_1, v_2, v_3, v_4)^T$ с эталонными фазовыми характеристиками (30), (31) на интервале (0;3). В результате реализации Алгоритма 1 получены следующие результаты:

1. Скорректированное состояние достигалось за 5 итераций.

2 Определены начальные значения управляющих параметров u_G, u_F : $u_G^0=0.1111$; $u_F^0=-0.0002$; $u_G^1=-1.0011$; $u_F^1=0.00013$

3. Определены оптимальные значения управляющих параметров: $u_G^{0f}=0.2302$; $u_F^{0f}=-0.001$; $u_G^{1f}=-0.3907$; $u_F^{1f}=-0.1912$

4. Определены значения неизвестных обратных связей: $m_1=0.7258$; $m_2=-2.0567$

Таким образом получены выражения для линейного управления ГТД (Рис.4.):

$$u_G=0,2302-0,001t \quad (36)$$

$$u_F=-0,3907-0,1912t \quad (37)$$

Полученные выражения для управления позволили достичь меры близости между реальной и эталонной траекториями порядка 0,01 (Рис.5).

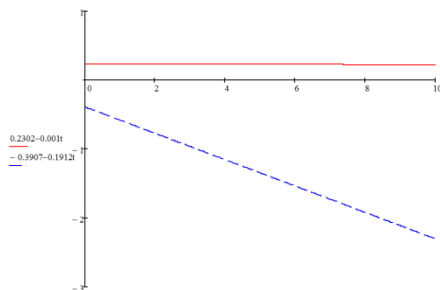


Рис.4. Линейное управление ГТД.

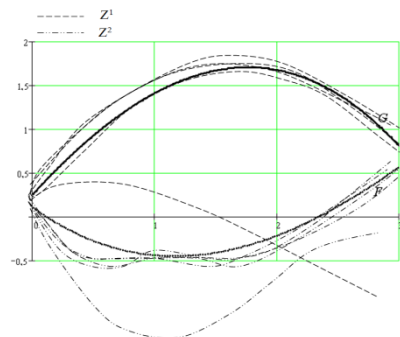


Рис. 5. Расхождение результатов измерения системы (Z^1, Z^2) и эталонной вектор-функции (G, F) на итерациях процесса для линейного управления.

Заметим, что в случае необходимости точность управления можно повысить, если рассматривать управление как квадратичный многочлен с неизвестными коэффициентами.

5. Заключение и выводы

Разработанный алгоритм (Алгоритм 1) позволяет эффективно решать обратные задачи для динамических стохастических систем с неизвестными параметрами по измерениям их фазовых характеристик. Проведенные вычислительные эксперименты доказали применимость разработанного алгоритма для задач управления сложными техническими системами в возмущенной среде.

Литература

1. Quarteroni A. Mathematical Models in Science and Engineering // Notices of the AMS, 2009. Vol. 56. No. 1. P. 10-19.

2. Rodnischev, N.E., Novikova, S.V., Denisov, K.G. Developing methods and computer technologies for learning, identification and optimization of nonlinear stochastic systems // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). Vol. 45. Issue 11. 2012. P. 51-56.
3. Rodnischev N.E., Romanenko L.G., Denisov K.G. To estimation of control law parameters for the lateral motion of aircraft taking into account wind disturbances // Russian Aeronautics. 2015. V. 58. No. 4. P. 407-412.
4. Kostin, V.A., Snegurenko A.P. On constructing strain diagrams of airframe units by the data of the real experiment // *Actual problems of aviation and aerospace systems processes models experiment*, 2000. No. 1(9). P. 66-71.
5. Дуллиев А.М., Заботин В.И. Алгоритм выбора параметров спутниковых систем многоканальной связи на прецессирующих эллиптических орбитах // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2004. № 1. С. 13-16.
6. Kostin, V.A., Valitova, N.L. Coefficients of equilibrium equations in solving a problem of reconstructing deformation curves for slightly conical thin-walled structures // Russian Aeronautics. 2007. Vol. 50. No. 3. P. 243-247. DOI:10.3103/S1068799807030026
7. Костин В.А., Торопов М.Ю., Снегуренко А.П. Обратные задачи прочности летательных аппаратов. Казань: Издательство Казанского государственного технического университета, 2002. 284 с.
8. Алифанов О.М. Обратные задачи теплообмена: М.: Машиностроение, 1988. 280 с.
9. Novikova S.V. Application of an adaptive correction algorithm to control a gas turbine engine under conditions of noises // Russian Aeronautics. 2006. Vol. 49, No. 4. P. 37-40.
10. Novikova, S.V. Structural optimization of the neural network model for the gas turbine engine monitoring // Russian Aeronautics. 2016. Vol. 59, Is. 2. P. 263-270 DOI:10.3103/S1068799816020185
11. Кожевников Ю.В. Адаптивная аппроксимация функций // ИВУЗ Математика. 1999. No. 1. С.18-24.
12. Kozhevnikov Y.V., Novikova S.V. Solution of problem on adaptive correction of parametric systems for the case a biased estimation of unknown parameters // Вестник Казанского технологического университета. 1998. № 3. С. 49.
13. Кожевников Ю.В., Новикова С.В. Алгоритм автоматизированной доводки многомерных параметрических систем регулирования ГТД // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2002. № 2. С. 61-65.
14. Новикова С.В., Роднищев Н.Е. Основы идентификации динамических стохастических систем. Серия «Современная прикладная математика и информатика»: Казань, РИЦ «ШКОЛА». 2009. 191 с.
15. Rodnischev N.E., Romanenko L.G., Denisov K.G. To estimation of control law parameters for the lateral motion of aircraft taking into account wind disturbances // Russian Aeronautics. 2015. T. 58. № 4. С. 407-412.
16. Батенко А.П. Системы терминального управления. М.: Радио и связь, 1984. 161 с.

MSC 34F05

Inverse problem solution for the dynamic stochastic system by the example of a aircraft gas turbine engine control

S.V. Novikova¹, A.P. Snegurenko¹

Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev - KAI¹

Abstract: The article describes the development of an inverse problem solving algorithm for searching an optimal control for a dynamical system under conditions of external additive noises and incomplete information on the values of control parameters. The article presents a step-by-step algorithm for solving the problem. The efficiency of the algorithm is proved by numerical experiments.

Keywords: dynamic stochastic system, inverse control problem, gas turbine engine control.

References

1. Quarteroni A. Mathematical Models in Science and Engineering. Notices of the AMS. 2009. Vol. 56. No. 1. pp. 10-19
2. Rodnischev, N.E., Novikova, S.V., Denisov, K.G. Developing methods and computer technologies for learning, identification and optimization of nonlinear stochastic systems. IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). Vol. 45. Issue 11. 2012. pp. 51-56.
3. Rodnischev N.E., Romanenko L.G., Denisov K.G. To estimation of control law parameters for the lateral motion of aircraft taking into account wind disturbances. Russian Aeronautics. 2015. Vol. 58. No. 4. pp. 407-412.
4. Kostin, V.A., Snegurenko A.P. On constructing strain diagrams of airframe units by the data of the real experiment. Actual problems of aviation and aerospace systems processes models experiment. 2000. No. 1 (9). pp. 66-71.
5. A.M. Dulliev AND V.I. Zabolotin Algoritm vybora parametrov sputnikovykh sistem mnogokanal'noy svyazi na pretsessiruyushchikh ellipticheskikh orbitakh [Algorithm for Choosing Parameters of Multichannel Communication Satellite Systems at Precession Elliptical Orbits]. IVUZ. Aviatsionnaya tekhnika [Aviation equipment (Proceedings of the higher educational institutions)]. 2004. no. 1. pp. 13-16.
6. Kostin, V.A., Valitova, N.L. Coefficients of equilibrium equations in solving a problem of reconstructing deformation curves for slightly conical thin-walled structures. Russian Aeronautics. 2007. Vol. 50, No. 3, pp. 243–247. DOI:10.3103/S1068799807030026

7. Kostin, V.A., Toropov M.Yu., Snegurenko A.P. Obratnyye zadachi prochnosti letatel'nykh apparatov [Inverse problems of the aircraft strength]. Kazan. Publishing house of Kazan State Technical University. 2002. 284 p.
8. Alifanov O. M. Obratnyye zadachi teploobmena [Inverse heat transfer problems]. Moskva. Publishing of the Mashinostroyeniye. 1988. 280 p.
9. Novikova S.V. Application of an adaptive correction algorithm to control a gas turbine engine under conditions of noises. Russian Aeronautics. 2006. Vol. 49. No. 4. pp. 37-40.
10. Novikova, S.V. Structural optimization of the neural network model for the gas turbine engine monitoring. Russian Aeronautics. 2016. Vol. 59. Is. 2. pp. 263-270 DOI:10.3103/S1068799816020185
11. Kozhevnikov Yu.V. Adaptivnaya approksimatsiya funktsiy [Adaptive approximation of functions]. IVUZ Matematika [Proceedings of the higher educational institutions. Mathematics]. 1999. No. 1. pp. 18-24.
12. Kozhevnikov Y.V., Novikova S.V. Solution of problem on adaptive correction of parametric systems for the case a biased estimation of unknown parameters. Herald of Kazan Technological University. 1998. Is. 3. pp. 49.
13. Kozhevnikov Y.V., Novikova S.V. Algoritm avtomatizirovannoy dovodki mnogomernykh parametriceskikh sistem regulirovaniya GTD [An Algorithm for Computer-Aided Development of Multidimensional Parametric Systems of GTE Control]. IVUZ. Aviatsionnaya tekhnika [Aviation equipment (Proceedings of the higher educational institutions)]. 2002. No. 2. pp. 61-65.
14. Novikova, S.V., Rodnischev, N.E. Osnovy identifikatsii dinamicheskikh stokhasticheskikh sistem [Fundamentals of identification of dynamic stochastic systems]. Series of "Modern Applied Mathematics and Computer Science". Kazan. Publishing of the editorial and publishing center "Schkola". 2009. 191 p.
15. Rodnischev N.E., Romanenko L.G., Denisov K.G. To estimation of control law parameters for the lateral motion of aircraft taking into account wind disturbances. Russian Aeronautics. 2015. vol. 58. no. 4. pp. 407-412.
16. Batenko A.P. Sistemy terminal'nogo upravleniya [Terminal management systems]. Moscow. Publishing of the "Radio i svyaz' ". 1984. 161 p.