

УДК 629.7

Способ определения упруго-пластических характеристик тонкостенной авиационной конструкции по заданной деформации для дифференциальной модели напряженно-деформируемого состояния

А.П. Снегуренко¹, В.А. Костин¹, С.В. Новикова¹

Казанский национальный исследовательский технический университет
им. А.Н. Туполева-КАИ¹

Аннотация: В статье приводится способ решения обратной задачи прочности тонкостенных конструкций летательных аппаратов для дифференциальных моделей расчета напряжений и деформаций конструкции (напряженно-деформируемого состояния). Способ позволяет исходя из известной прямой дифференциальной модели и заданных характеристик деформации получать значения упруго-пластических характеристик объекта (секущие модули ребер и панелей) и строить диаграммы деформирования. Рассчитанные характеристики используются для выбора «наилучших» параметров жесткости силовых балок конструкции на этапе управления. Теоретические результаты подтверждены численными экспериментами.

Ключевые слова: напряженно-деформируемое состояние, обратная задача прочности, диаграмма деформирования, упруго-пластические характеристики.

1. Введение

Процессы нагружения и соответствующего деформирования авиационных конструкций и возникновения в них определенного напряженно-деформированного состояния (НДС) могут быть описаны дифференциальными уравнениями. Такие уравнения с присоединением граничных и начальных условий представляют математическую модель анализируемого процесса. Моделирование процессов жизненного цикла летательного аппарата (ЛА) включает в себя модели функционирования авиационных и космических двигателей [1], модели динамики полета [2], управления [3] и др. Одно из основных мест в теории моделирования ЛА занимает моделирование деформаций конструкций фюзеляжа и несущих плоскостей.

Процессы деформирования, происходящие с авиационной конструкцией, в общем виде можно описать следующим образом [4]:

$$LV = Q$$

где Q – пространство элементов q , представляющих собой нагрузку в самом общем смысле; V – пространство элементов v , представляющих собой перемещения и

деформации конструкции; L – оператор, переводящий одно пространство параметров в другое.

Таким образом существует три варианта постановок задач прочности:

1. Известна нагрузка Q и параметры конструкции L . Необходимо определить параметры напряженно-деформированного состояния конструкции V . Задача относится к классу *прямых задач*.
2. Известна нагрузка Q и известно, например, из эксперимента, напряженно-деформированное состояние (НДС) конструкции V . Задача состоит в определении (уточнении) параметров L , характеризующих конструкцию. Данная задача относится к классу *обратных задач*.
3. Известны параметры конструкции L и известно НДС конструкции V . Необходимо найти нагрузку Q , которая и определяет заданное НДС конструкции. Эта задача также является *обратной*.

2. Дифференциальная математическая модель прямой задачи расчета напряженно-деформируемого состояния тонкостенной конструкции

Тонкостенная конструкция [5-6] состоит из тонкой обшивки, подкреплённой жесткими ребрами в продольном направлении (стрингеры, полки лонжеронов) и в поперечном направлении (нервюры). Внутри контура имеются перегородки, параллельные образующей цилиндра (стенки лонжеронов), превращающие замкнутый двухсвязный контур поперечного сечения в многосвязный. Нервюры достаточно жестки в своей плоскости и расположены близко одна к другой, так что представляется возможность принять допущение о неискажаемости формы поперечного сечения конструкции во время деформации. Жесткость нервюры в аксиальном направлении, наоборот, предполагается весьма малой и, следовательно, не оказывающей заметного сопротивления перемещениям точек конструкции в направлении образующей цилиндра.

Обшивка предполагается тонкой и неспособной воспринимать нормальных напряжений по всему контуру, за исключением участков, примыкающих к ребрам. Ребра жесткости работают только на нормальные напряжения.

Таким образом, силовая схема конструкции будет состоять (Рис.1):

- из сетки ребер жесткости (с «присоединенными» к ним полосками обшивки), работающей на нормальные напряжения;
- обшивки контура (в том числе и стенки лонжеронов), воспринимающей сдвиги.

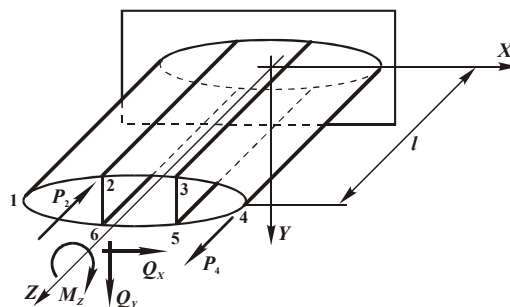


Рис.1. Тонкостенная цилиндрическая балка

Для описания авиационных тонкостенных конструкций с продольным и поперечным набором используется теория Ю. Г. Одинокова [6]. Модель относится к классу детерминированных дифференциальных моделей, и не учитывает возможные флуктуации в процессе реальной эксплуатации [7]. Соответствующая система обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами имеет вид:

$$(EF_i f'_i)' = \sum_{k=1}^n a_{ik} f_k + \sum_{k=1}^n A_{ik} f'_k + d_i, \quad i = \overline{1, n} \quad (1)$$

Здесь: EF_i – жесткость на растяжение-сжатие i -го продольного ребра; a_{ik} , A_{ik} – коэффициенты, зависящие от формы и жесткостей сечений (от значений модулей упругости E в ребрах и модулей сдвига G в панелях); d_i – нагрузочные члены; f_k – осевое перемещение k -го ребра; f'_k – деформация k -го ребра; n – количество продольных ребер.

Интегрирование системы (1) дает возможность установить закон изменения перемещений и деформаций ребер конструкции в зависимости от нагрузки, т.е. определить напряженно-деформированное состояние конструкции, а именно: деформации f' и перемещения f ребер, напряжения в ребрах σ , сдвигающие усилия в обшивке q из уравнений:

$$q_i = b_i (\overline{f}_i - \overline{f}_{i-1} + 2\xi \omega_i) \quad (2)$$

$$\sigma_i = E_i f'_i \quad (3)$$

Здесь $\overline{f}_i = f_i - \alpha x_i - \beta y_i$ – относительное перемещение i -го ребра; ξ – относительный угол закручивания; ω_i – секториальная площадь i -й панели; $\alpha = -\left(\frac{dX}{dz}\right)$; $\beta = -\left(\frac{dY}{dz}\right)$; $X = X(z)$, $Y = Y(z)$ – прогибы оси конструкции по осям x и y соответственно.

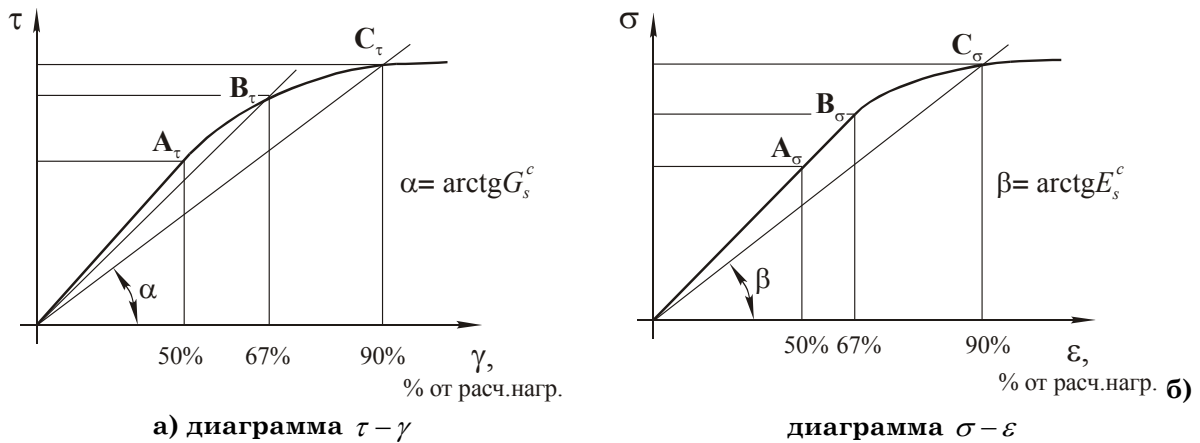
Задача в постановке (2-3) является прямой [8]. Решение прямой задачи всегда приводит к однозначному определению НДС: при известной модели объекта (коэффициентам EF_i , a_{ik} и A_{ik}) и известному входу (нагрузке d_i) определяется выход: деформации ребер f'_k , перемещения ребер f_k , напряжения в ребрах σ_i и сдвигающие усилия в обшивке q_i .

3. Метод решения обратной задачи управления напряженно-деформируемым состоянием тонкостенной конструкции

Необходимо решить обратную задачу: известна математическая модель (1) и из эксперимента известны деформации ребер f'_k . Определению подлежат неизвестные упруго-пластические характеристики объекта: секущие модули ребер E_s и панелей G_s (Рис. 2), входящие в состав коэффициентов a_{ik} и A_{ik} системы (1).

Наблюдения за поведением натуральных конструкций в процессе нагружения показывают, что обшивка, работающая на сдвиг, теряет устойчивость намного раньше продольных ребер: 20 ÷ 30% от расчетно-разрушающей нагрузки.

Продольные же ребра теряют устойчивость при нагрузках, близких к эксплуатационным. Это позволяет сделать допущение о разделении задач построения диаграмм $\tau-\gamma$ обшивки и $\sigma-\varepsilon$ продольных ребер. Поэтому будем далее считать, что при нагрузке меньше 67% от расчетно-разрушающей будет терять устойчивость только обшивка (Рис. 2а); при нагрузке больше 67% будут деформироваться нелинейно и обшивка и продольные ребра жесткости (Рис. 2а и Рис. 2б).



Обобщая вышесказанное, сформулируем постановку обратной задачи определения упруго-пластических характеристик объекта по известной деформации [9]: пользуясь экспериментальными данными (замеры деформаций ребер f' , относительный угол закручивания ξ , а также $X(z)$ и $Y(z)$ - прогибы оси конструкции), необходимо определить:

- 1) точки диаграммы $\tau-\gamma$: A_τ , B_τ , C_τ и т.д., либо секущие модули G_s^A , G_s^B и т.д., соответствующие им (Рис. 2а);
- 2) точки диаграммы $\sigma-\varepsilon$: A_σ , B_σ , C_σ и т.д., либо соответствующие значения секущих модулей E_s^A , E_s^B и т.д. (Рис. 2б).

1. Построение диаграммы деформирования $\tau-\gamma$ обшивки. Связь между погонным усилием в ребре и сдвигающими усилиями в прилегающих к нему панелях для односвязанного замкнутого контура дается уравнением равновесия:

$$q_i = q_l - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{dP_k}{dz} \quad (4)$$

Здесь: P_k – полное усилие в k -м ребре; q_l – сдвигающее усилие в первой панели или «замыкающая интенсивность».

Погонное усилие в ребрах dP/dz можно найти путем численного дифференцирования полного усилия P , которое легко находится, зная напряжения (2):

$$\left\{ \frac{dP}{dz} \right\} = [D_l] \{ P \} \quad (5)$$

Здесь: $[D_l]$ – дифференцирующая матрица первого типа, численный аналог первой производной; $\{ P \}$ – столбец значений полного усилия в ребре по сечениям; $\left\{ \frac{dP}{dz} \right\}$ – столбец неизвестных значений погонного усилия в том же ребре.

"Замыкающую интенсивность" найдем из уравнения равновесия (моментов) относительно оси Z :

$$2 \sum_{i=1}^n q_i \omega_i = M_z \quad (6)$$

Выражение для деформации сдвига обшивки имеет вид [1]:

$$\gamma = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial f}{\partial s} \quad (7)$$

Здесь: u – перемещение точки контура в плоскости поперечного сечения по касательной к контуру (Рис. 3).

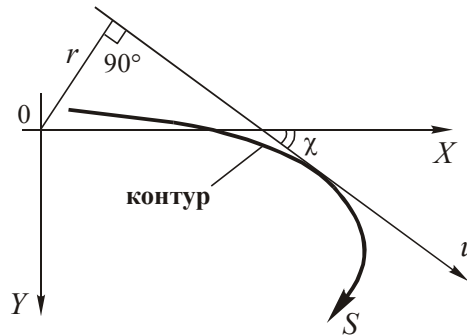


Рис. 3. Диаграмма перемещения точки контура по касательной

Определим первое слагаемое правой части выражения (7): согласно гипотезе о недеформируемости контура, перемещение точек контура в плоскости поперечного сечения можно представить как результат перемещения жесткого диска в своей плоскости. В общем случае перемещение диска в плоскости можно получить как сумму двух поступательных перемещений по осям x , y и вращения. Следовательно, перемещения u точек по касательной к контуру записываются так:

$$u = X \cos \chi + Y \sin \chi + \varphi r \quad (8)$$

Здесь X , Y – перемещения сечения (прогибы) в направлении осей x и y ; φ – угол закручивания сечения.

Часто в эксперименте удастся весьма точно определить значения величин φ , x и y . Следовательно, из выражения (8) становятся известными перемещения u продольных ребер. Далее, применив численное дифференцирование, получим значение частной производной $\partial u / \partial z$ из выражения (7).

Второе слагаемое правой части выражения (7) можно подсчитать, расписав его в конечных разностях:

$$\frac{\partial f_i}{\partial s} \cong \frac{f_i - f_{i-1}}{S_i} \quad (9)$$

Таким образом, при действии одного уровня нагрузки для любой панели по сечениям будут определены соответствующие значения τ и γ . Диаграмму деформирования обшивки окончательно построим, соединив между собой точки A_τ , B_τ , C_τ и т.д. (Рис. 2а), полученные при разных уровнях нагрузки.

2. Построение диаграммы деформирования $\sigma - \varepsilon$.

Запишем систему (1) при помощи интегрирующих матриц:

$$[C + H] \{f'\} = \{P_i - Mf_0 - S\}, \quad (10)$$

Здесь: $[C]$ – диагональная матрица жесткостей продольных ребер конструкции по сечениям $[C]_i$; $[M] = [M_s] = [J_1][A_s]$ и $[H] = [H_s] = [J_1][A_s][J_2] + [J_1][B_s][C_s]$ – матрицы коэффициентов, зависящие от формы и жесткости поперечных сечений; $\{f'\}$ – столбец значений деформаций ребер конструкции; $\{f_0\}$ – столбец значений осевых перемещений ребер конструкции в сечении заделки ($z=0$); $\{P_i\}$ – столбец значений усилий в прикладываемых к ребрам на свободном торце конструкции ($z=l$); $\{S\}$ – столбец, определяемый внешним нагружением конструкции; n – количество ребер конструкции; k – количество расчетных сечений.

Разрешая (10) относительно неизвестных жесткостей ребер, получим:

$$\{C\} = [f']^{-1} \{P_i - Mf_0 - S\} - [H]\{e\}. \quad (11)$$

Секущие модули E_i^s тогда определяются соответственно:

$$E_i^s = \frac{C_i}{F_i} \quad (12)$$

Здесь: F_i – площадь поперечного сечения ребра. Далее, напряжение σ в ребре определим по формуле (3).

Таким образом, для заданного уровня нагрузки для любого продольного ребра в любом выбранном сечении определены соответствующие значения деформаций $f'(\varepsilon)$ и напряжений σ . Повторяя расчет при других уровнях нагрузки, получим точки A_σ , B_σ , C_σ и т.д. (Рис. 2б), соединив которые получим искомую диаграмму $\sigma - \varepsilon$.

4. Результаты численного моделирования

В качестве практической апробации разработанного метода решения обратных задач управления НДС было проведено несколько вычислительных экспериментов.

Вычислительный эксперимент №1. Рассматривалась трехстрингерная панель, нагруженная продольной силой P_2 , приложенной ко второму стрингеру (Рис. 4). $F_{стр} = 3\text{см}^2$, $\delta_{обш} = 0.1\text{см}$, $S = 15\text{см}$.

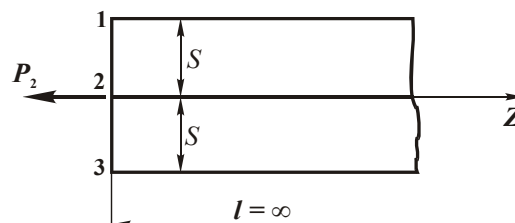


Рис. 4. Трехстрингерная панель, нагруженная растягивающей силой P_2

Прямая задача расчета напряжения и деформации во всех элементах такой конструкции была решена в работе [10]. Воспользуемся результатами этого решения как проверочными данными для решения обратной задачи.

Для обшивки в прямом расчете принималась идеализированная диаграмма деформирования без упрочнения: до $\tau_{ny} = 11.77$ МПа касательные напряжения в обшивке пропорциональны деформации сдвига, после достижения τ_{ny} напряжения остаются постоянными (Рис. 5). Для продольных ребер диаграмма предполагалась линейной, т.е. ребра конструкции работают в пределах пропорциональности.

Согласно описанной выше методике, построим диаграмму $\tau - \gamma$ для второго стрингера в сечении $z=6$ см из решения обратной задачи. Точки диаграммы соответствуют разным значениям силы P_2 (в порядке возрастания): $8 \cdot 10^4$ Н, $10 \cdot 10^4$ Н, $11.8 \cdot 10^4$ Н и $13.7 \cdot 10^4$ Н.

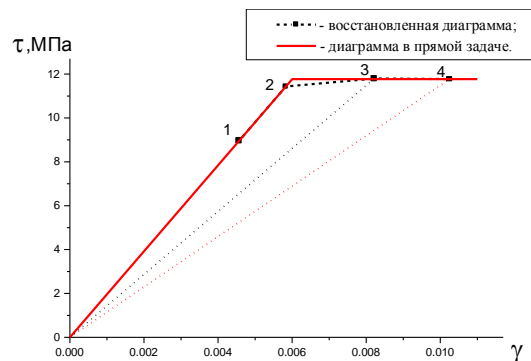


Рис. 5. Диаграмма деформирования $\tau - \gamma$, построенная для второй панели обшивки в сечении $z = 6$ см и диаграмма $\tau - \gamma$ в прямой задаче

Очевидно, что восстановленная из решения обратной задачи по разработанной методике $\tau - \gamma$ диаграмма практически совпадает с эталонной диаграммой - решением прямой задачи.

Вычислительный эксперимент №2. Рассматривается четырехпоясный кессон, нагруженный крутящим моментом (Рис. 6). Характеристики кессона: $F_{сmp} = 5$ см², $\delta_1 = \delta_3 = 0.1$ см, $\delta_2 = \delta_4 = 0.3$ см, $S_1 = S_3 = 40$ см, $S_2 = S_4 = 10$ см, $l = 80$ см.

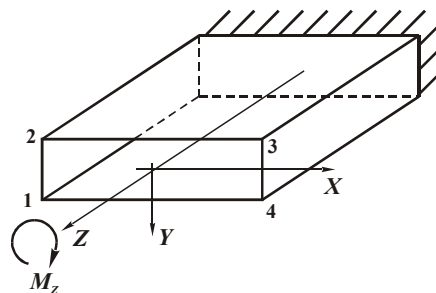


Рис. 6. Четырехпоясный кессон, нагруженный крутящим моментом M_Z

Результаты решения прямой задачи известны из [10]. Так же, как и в первом эксперименте, воспользуемся ими для проверки адекватности разработанной методики решения обратных задач.

Построим диаграмму деформирования $\tau - \gamma$ для первой (нижней) панели обшивки в сечении $z=72$ см и $\sigma - \varepsilon$ диаграмму для первого ребра в сечении $z=8$ см. Для обшивки принимается идеализированная диаграмма без упрочнения $\tau_{ny} = 19.61$ МПа. Для поясов и стенок лонжеронов диаграммы деформирования предполагаются линейными. В наших расчетах для ребер примем диаграмму деформирования также без

упрочнения $\sigma_{ny} = 24.69$ МПа. Результат построения диаграммы деформирования $\tau - \gamma$ обшивки представлен на Рис. 7: пунктирной линией показана диаграмма деформирования $\tau - \gamma$ обшивки, полученная в результате решения обратной задачи, сплошной – исходная диаграмма деформирования прямой задачи (эталон). Точки диаграммы получены при различных значениях возрастающего крутящего момента M_z : $1.81 \cdot 10^4$ Нм, $1.92 \cdot 10^4$ Нм, $2.05 \cdot 10^4$ Нм и $2.25 \cdot 10^4$ Нм.

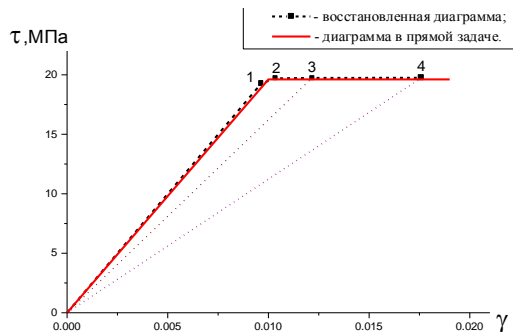


Рис. 7. Диаграмма деформирования $\tau - \gamma$ первой панели кессона в сечении $z = 72$ см

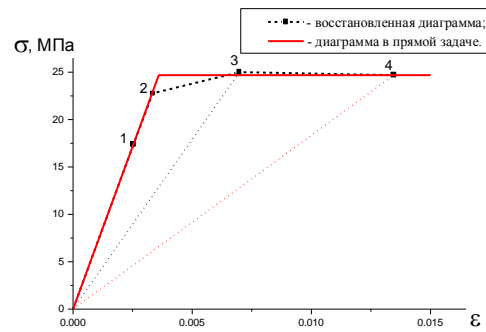


Рис. 8. Диаграмма деформирования $\sigma - \varepsilon$ первого ребра кессона в сечении $z = 8$ см

Также из решения обратной задачи была построена диаграмма деформирования $\sigma - \varepsilon$ первого ребра, представленная на Рис. 8. Здесь пунктирной линией показана полученная в результате расчета $\sigma - \varepsilon$ диаграмма, а сплошной – диаграмма-эталон прямой задачи. Номера точек и соответствующие им значения крутящего момента M_z принимались последовательно равными: $2.25 \cdot 10^4$ Нм, $2.45 \cdot 10^4$ Нм, $2.65 \cdot 10^4$ Нм и $2.85 \cdot 10^4$ Нм. Рисунки 7 и 8 наглядно демонстрируют эффективность разработанной процедуры построения диаграмм при решении обратных задач.

Вычислительный эксперимент №3. Рассматривается цилиндрическая балка постоянного сечения, заделанная в корневом сечении (при $z = 0$) и свободная на конце (при $z = l$), нагружена крутящим моментом M_z и поперечными силами Q_x , Q_y (Рис. 9). $F_{сmp} = 10 \text{ см}^2$, $\delta_{обш} = 0.1 \text{ см}$, $l = 200 \text{ см}$, $r = 50 \text{ см}$.

Нагрузки, прикладываемые к балке, принимали следующие 5 уровней значений:

- | | | |
|--------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 1. $M_z = 3 \cdot 10^5$ Нм; | 4. $Q_x = 7.05 \cdot 10^3$ Н; | 5. $Q_y = 9.05 \cdot 10^4$ Н; |
| 2. $M_z = 3.25 \cdot 10^5$ Нм; | 4. $Q_x = 7.55 \cdot 10^3$ Н; | 5. $Q_y = 10.05 \cdot 10^4$ Н; |
| 3. $M_z = 3.5 \cdot 10^5$ Нм; | 4. $Q_x = 8.05 \cdot 10^3$ Н; | 5. $Q_y = 11.15 \cdot 10^4$ Н; |
| 4. $M_z = 3.7 \cdot 10^5$ Нм; | 4. $Q_x = 8.3 \cdot 10^3$ Н; | 5. $Q_y = 12.35 \cdot 10^4$ Н; |
| 5. $M_z = 3.8 \cdot 10^5$ Нм; | 4. $Q_x = 8.65 \cdot 10^3$ Н; | 5. $Q_y = 13.65 \cdot 10^4$ Н; |

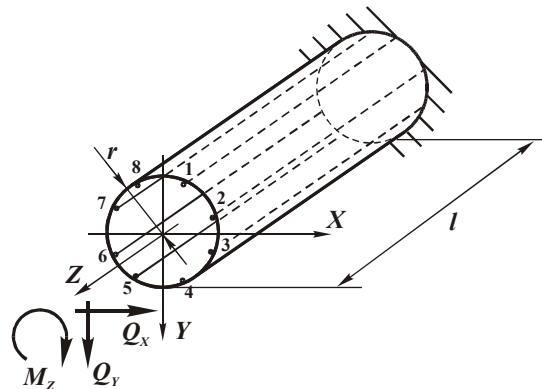


Рис. 9. Цилиндрическая балка под действием внешних нагрузок M_z , Q_x , Q_y

Первые три уровня (1÷3) использовались для построения диаграммы деформирования обшивки; Последние три уровня (3÷5) – для определения диаграммы деформирования стрингеров. Для обшивки и стрингеров принимались диаграммы деформирования без упрочнения с соответствующими значениями $\tau_{ny} = 19.61 \text{ МПа}$ и $\sigma_{ny} = 24.69 \text{ МПа}$. В качестве наименее нагруженной выбиралась панель обшивки $j = 8$. Сдвигающие усилия в обшивке определялись последовательно: в панели №1, затем №2, №3 и т.д.

Восстановленные диаграммы в сравнении с эталонными представлены для четвертой панели обшивки в сечении $z = 180 \text{ см}$ (Рис. 10), и для первого ребра в сечении $z = 20 \text{ см}$ (Рис. 11).

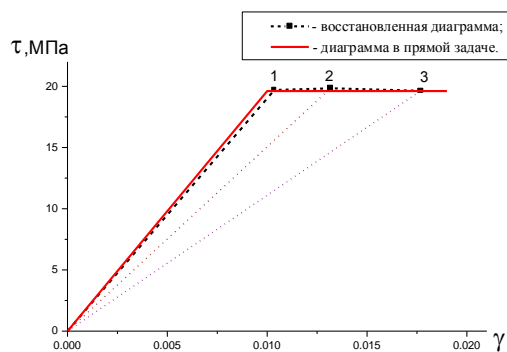


Рис. 10. Диаграмма деформирования $\tau - \gamma$ четвертой панели цилиндрической балки

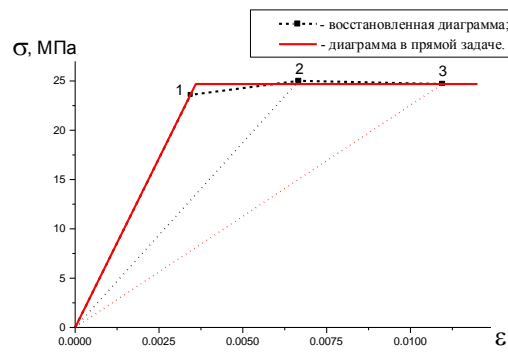


Рис. 11. Диаграмма деформирования $\sigma - \varepsilon$ первого ребра цилиндрической балки

В обоих случаях рассчитанные диаграммы практически совпали с эталонными.

5. Заключение

Как видно из приведенных выше примеров, методика построения диаграмм деформирования элементов показывает высокую точность. Следовательно, можно сделать следующий вывод: решая указанным способом коэффициентную обратную задачу можно получать значения упруго-пластических характеристик, или иначе переменных параметров упругости тонкостенных конструкций, во всем диапазоне действующих на нее нагрузок.

Литература

1. Novikova, S.V. Structural optimization of the neural network model for the gas turbine engine monitoring // Russian Aeronautics, 2016, Vol. 59, No. 2, pp. 263-270 DOI:10.3103/S1068799816020185
2. Rodnishchev N.E., Romanenko L.G., Denisov K.G. To estimation of control law parameters for the lateral motion of aircraft taking into account wind disturbances //Russian Aeronautics. 2015. Т. 58. № 4. С. 407-412.
3. Novikova S.V. Application of an adaptive correction algorithm to control a gas turbine engine under conditions of noises // Russian Aeronautics, 2006, Vol. 49, No. 4, pp. 37-40
4. Костин В.А., Снегуренко А.П. Теория и практика решения обратных задач прочности летательных аппаратов. Казань: Издательство Казанского государственного технического университета, 2004.
5. Костин В.А., Торопов М.Ю., Снегуренко А.П. Обратные задачи прочности летательных аппаратов. Казань: Издательство Казанского государственного технического университета, 2002. 284 с.
6. Одинокоев Ю. Г., Одинокоев А. Ю. К определению нагрузок на тонкостенную конструкцию по параметрам ее напряженно-деформированного состояния //Авиационная техника (Изв. высш. учеб. заведений). 1984. № 4. С.53 – 58.
7. Rodnishev, N.E., Novikova, S.V., Denisov, K.G. Developing methods and computer technologies for learning, identification and optimization of nonlinear stochastic systems // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline), Vol. 45, Issue 11, 2012. P. 51-56.
8. Kostin, V.A., Valitova, N.L. Coefficients of equilibrium equations in solving a problem of reconstructing deformation curves for slightly conical thin-walled structures // Russian Aeronautics, 2007, Vol. 50, No. 3, P. 243–247. DOI:10.3103/S1068799807030026
9. Kostin, V.A., Snegurenko A.P. On constructing strain diagrams of airframe units by the data of the real experiment // Actual problems of aviation and aerospace systems processes models experiment, 2000. No. 1 (9). P. 66-71.
10. Шатаев В. Г. К расчету тонкостенных балок в физически-нелинейной постановке //Авиационная техника (Изв. высш. учеб. заведений). 1969. № 4. С.51 – 58.

MSC 34A55

The method for determining the elastic-plastic characteristics of a thin-walled aircraft construction by a known deformation for a differential model of a stress-strain state

A.P. Snegurenko¹, V.A. Kostin¹, S.V. Novikova¹

Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev - KAI¹

Abstract: The paper presents a method for solving the inverse problem of the strength of aircraft thin-walled constructions for differential models for calculating the stresses and deformations of their structure (stress-strain state). The method makes it possible to obtain the values of the elastic-plastic characteristics of the object (secant modules of the edges and panels) and construct the deformation diagrams on the basis of the known direct differential model and the specified deformation characteristics. The calculated characteristics are used to select the "best" rigidity parameters of the structural beams of the construction during the control phase. Theoretical results are confirmed by numerical experiments.

Keywords: stress-strain state, inverse strength problem, deformation diagram, elastic-plastic characteristics.

References

1. Novikova S.V. Structural optimization of the neural network model for the gas turbine engine monitoring // Russian Aeronautics, 2016, Vol. 59, No. 2, pp. 263-270 DOI:10.3103/S1068799816020185
2. Rodnishchev N.E., Romanenko L.G., Denisov K.G. To estimation of control law parameters for the lateral motion of aircraft taking into account wind disturbances //Russian Aeronautics. 2015. Vol. 58. No. 4. P. 407-412.
3. Novikova S.V. Application of an adaptive correction algorithm to control a gas turbine engine under conditions of noises // Russian Aeronautics, 2006, Vol. 49, No. 4, P. 37-40
4. Kostin, V.A., Snegurenko A.P. Teoriya i praktika resheniya obratnykh zadach prochnosti letatel'nykh apparatov [Theory and practice for solving inverse problems of the aircraft strength]. Kazan: Publishing house of Kazan State Technical University, 2004.
5. Kostin, V.A., Toropov M.Yu., Snegurenko A.P. Obratnyye zadachi prochnosti letatel'nykh apparatov [Inverse problems of the aircraft strength]. Kazan: Publishing house of Kazan State Technical University, 2002. 284 p.
6. Odinokov Yu. G., Odinokov A. Yu. K opredeleniyu nagruzok na tonkostennuyu konstruktsiyu po parametram yeye napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya

- [To the definition of loads on a thin-walled construction with respect to the parameters of its stress-strain state] // *Aviatsionnaya tekhnika (Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy)* [Aviation equipment (Proceedings of the higher educational institutions)]. 1984. No. 4. P.53 – 58.
7. Rodnishev, N.E., Novikova, S.V., Denisov, K.G. Developing methods and computer technologies for learning, identification and optimization of nonlinear stochastic systems // *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)*. Vol. 45. Issue 11. 2012. P. 51-56.
 8. Kostin, V.A., Valitova, N.L. Coefficients of equilibrium equations in solving a problem of reconstructing deformation curves for slightly conical thin-walled structures // *Russian Aeronautics*, 2007, Vol. 50, No. 3, P. 243–247. DOI:10.3103/S1068799807030026
 9. Kostin, V.A., Snegurenko A.P. On constructing strain diagrams of airframe units by the data of the real experiment // *Actual problems of aviation and aerospace systems processes models experiment*, 2000. No. 1 (9). P. 66-71.
 10. Shatayev V. G. K raschetu tonkostennykh balok v fizicheski-nelineynoy postanovke [To the calculation of thin-walled beams in a physically nonlinear formulation] // *Aviatsionnaya tekhnika (Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy)* [Aviation equipment (Proceedings of the higher educational institutions)]. 1969. No. 4. P. 51 – 58.