

УДК 519.63

Об одном вычислительном алгоритме для моделирования дозвуковых реагирующих течений в трубах круглого сечения*

Мустайкин М.С.¹, Пескова Е.Е.¹

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет¹

Аннотация: Представлены математическая модель и вычислительный алгоритм для моделирования дозвуковых реагирующих течений в трубах круглого сечения на основе многокомпонентных уравнений Навье–Стокса с расщеплением давления. Верификация проведена на задачах о вращающемся диске и осесимметричном пиролизе метана. В вычислительном эксперименте смоделирован вдув смеси через боковую стенку; локальные градиенты температуры у отверстий не нарушают устойчивости течения, что подтверждает пригодность алгоритма для реакторов с различными схемами ввода реагентов.

Ключевые слова: математическое моделирование, уравнения Навье–Стокса, дозвуковые течения, многокомпонентная среда, расщепление по физическим процессам, численные методы.

Разработка алгоритмов для моделирования многокомпонентных газовых сред представляет собой важную научно-практическую задачу [1, 2]. В настоящее время уже разработаны подобные алгоритмы для осесимметричных течений. Однако их недостатком является невозможность задания различных углов ввода смеси через боковые стенки трубы, а также учёт возможных вихревых течений в вязкой среде. В то же время современные мощности ЭВМ позволяют перейти к трёхмерным задачам, что, в свою очередь, требует разработки новых верифицированных алгоритмов.

Целью настоящей работы является обобщение известной осесимметричной математической модели для моделирования дозвуковых реагирующих течений [3] на трёхмерный случай в цилиндрической системе координат, разработка вычислительного алгоритма, реализующего данную модель, и его верификация на тестовых задачах.

В основе алгоритма лежит принцип расщепления по физическим процессам:

1. Система обыкновенных дифференциальных уравнений химической кинетики решается с помощью модуля RADAU5 [4], который обладает L-устойчивостью, что обуславливает его применение для решения жёстких задач.

2. Конвективные и диффузионные потоки аппроксимируются схемой Русанова и центральными разностями соответственно.

3. Уравнение Пуассона на динамическую составляющую давления решается с помощью метода Якоби.

Верификация алгоритма проводилась на двух задачах. Задача об увлечении жидкости вращающимся диском [5] позволила оценить корректность реализации схем для вязких членов и центробежных сил в цилиндрической системе координат. Задача об осесимметричном пиролизе метана использовалась для верификации химической части алгоритма. Сравнение полученных результатов с эталонными данными показало хорошее согласование. Это подтверждает корректность реализованных численных

*Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (проект № 26-11-00095).

схем.

После завершения верификации был проведён вычислительный эксперимент по моделированию трёхмерного течения в трубе круглого сечения с вдувом смеси через боковую стенку. Расчётная область представляла собой цилиндр длиной 220 мм и диаметром 20 мм. Температура вдуваемых газов составляла 973 К, температура стенок трубы поддерживалась постоянной и равной 1273 К.

На рис. 1 представлена схема расположения отверстий в продольном сечении. Через отверстия 1 и 3 поступает метан, через отверстия 2 и 4 - смесь метана и этана, а отверстие 5 представляет собой выходное.

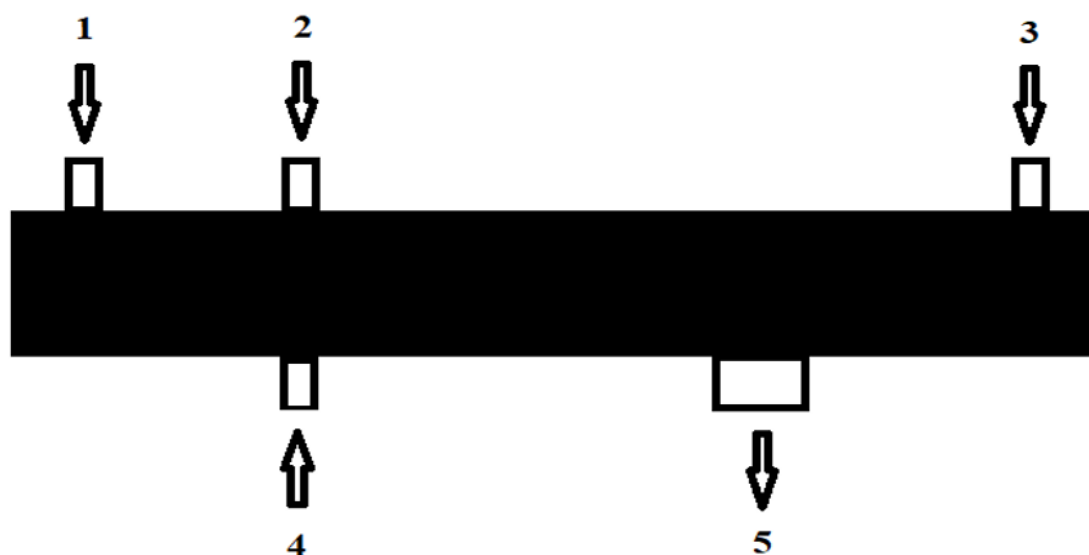


Рис. 1. Схема расположения отверстий

В результате моделирования получены распределения температуры, скорости, плотности и массовых долей компонентов смеси. На рис. 2 представлено распределение температуры в трёхмерной трубе, а на рис. 3 то же распределение, но в продольном сечении. Видно, что вблизи отверстий вдува формируются локальные зоны с пониженной температурой. Это обусловлено тем, что втекающий газ не успевает прогреться до температуры стенок в непосредственной близости от мест ввода. По мере удаления от отверстий поток нагревается от стенок, и температурные различия становятся менее заметными.

Литература

1. Yakush S., Semenov O., Alexeev M. Premixed Propane-Air Flame Propagation in a Narrow Channel with Obstacles // *Energies*. 2023. Т. 16, № 3. Ст. 1516. DOI: 10.3390/en16031516.
2. Пескова Е.Е., Снытников В.Н. Численное исследование конверсии метановых смесей под воздействием лазерного излучения // *Журнал Средневолжского математического общества*. 2023. Т. 25, № 3. С. 159-173.
3. Пескова Е.Е., Язовцева О.С., Мустайкин М.С. Численный алгоритм для исследования дозвукового потока с химическими реакциями в присутствии

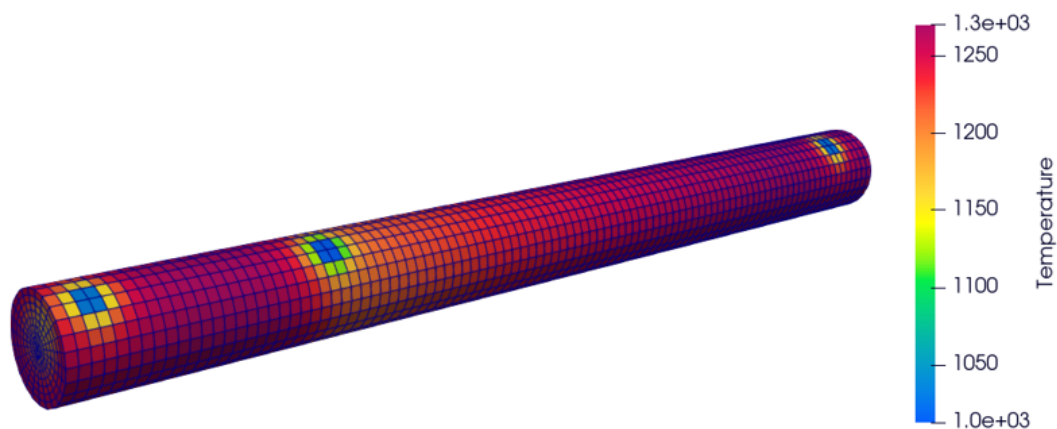


Рис. 2. Распределение температуры в 3D

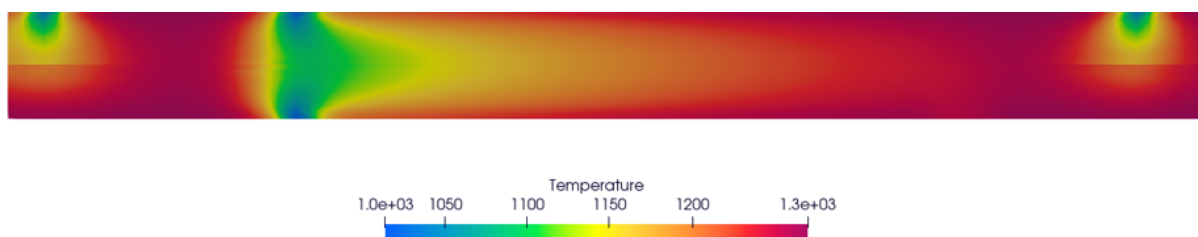


Рис. 3. Распределение температуры в продольном сечении

лазерного излучения // Журнал Средневолжского математического общества.
2025. Т. 27, № 2. С. 243-254. DOI: 10.15507/2079-6900.27.202502.243-254.

4. Hairer E., Wanner G. Solving Ordinary Differential Equations II. Stiff and Differential-Algebraic Problems. Berlin: Springer, 1996.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6: Гидродинамика. Москва: Наука, 1986. 731 с.

MSC 35Q35

On a Computational Algorithm for Modeling Subsonic Reacting Flows in Circular Pipes

M.S. Mustaikin¹, E.E. Peskova¹

National Research Mordovia State University¹

Abstract: A mathematical model and a computational algorithm for simulating subsonic reacting flows in circular pipes are presented. The model is based on multicomponent Navier–Stokes equations with pressure splitting. Verification was performed on the problems of a rotating disk and axisymmetric methane pyrolysis. In the computational experiment, injection of a gas mixture through the side wall was simulated; local temperature gradients near the injection holes do not disturb the stability of the main flow, which confirms the applicability of the algorithm for reactors with various reagent inlet configurations.

Keywords: mathematical modeling, Navier–Stokes equations, subsonic flows, multi-component media, splitting by physical processes, numerical methods.