

УДК 517.958

Математическое моделирование восстановления остаточной намагниченности бурильных труб по данным магнитного градиентометра

Морозкин Н.Д.¹, Колонских Д.М.¹

Уфимский университет науки и технологий¹

Аннотация: Рассматривается обратная задача магнитостатики – восстановление профиля остаточной намагниченности в стенках немагнитной бурильной трубы по измерениям разности модулей магнитной индукции. Прямая задача описывается уравнением Лапласа для скалярного магнитного потенциала и сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма первого рода относительно искомой намагниченности. Предложена математическая модель и способ численной оценки локализации пиковой намагниченности бурильных труб. Приводятся результаты численного моделирования, подтверждающие эффективность метода. Работа выполнена в рамках разработки комплекса определения остаточной намагниченности при производстве и эксплуатации буровых немагнитных труб.

Ключевые слова: магнитостатика, интегральное уравнение Фредгольма, остаточная намагниченность, неразрушающий контроль бурильных труб, дефектоскопия.

1. Математическая модель

Пусть задан полый цилиндр с внешним радиусом R_2 , внутренним R_1 и длиной L . Материал трубы немагнитный, относительная магнитная проницаемость близка к единице. Остаточная намагниченность полагается преимущественно осевой. Скалярный магнитный потенциал удовлетворяет уравнению Лапласа вне источников. Для аксиальной компоненты магнитного поля на оси цилиндра получено интегральное соотношение типа свёртки [1]:

$$B(z) = \int_0^L M(z') \left[\frac{z - z'}{\sqrt{(z - z')^2 + R_2^2}} - \frac{z - z'}{\sqrt{(z - z')^2 + R_1^2}} \right] dz' \quad (1)$$

где $B(z)$ – аксиальная компонента магнитной индукции в точке на оси трубы с координатой измерения z , $M(z')$ – намагниченность в поперечном сечении стенки на продольной координате магнитного источника z' .

Уравнение (1) является уравнением Фредгольма 1-го рода относительно неизвестной функции $M(z)$. Левая часть уравнения представляет собой набор экспериментальных данных, полученных в результате измерения градиента магнитного поля вдоль исследуемой трубы.

2. Обратная задача и регуляризация

По измерениям магнитного градиента $B(z)$ требуется найти исходное распределение остаточной намагниченности $M(z')$ в бурильной трубе из уравнения (1). Об-

ратная задача является некорректной – оператор интегрирования с гладким ядром компактен и малые ошибки в измерениях $B(z)$ приводят к неограниченным колебаниям решения. Для построения устойчивого приближения применяется метод регуляризации Тихонова [2].

Для перехода от непрерывной постановки задачи (1) к конечномерной введем равномерную сетку по оси $z \in [0, L]$:

$$z_i = \frac{i-1}{h}, \quad i = \overline{1, N}, \quad h = \frac{L}{N-1},$$

где N – число узлов дискретизации.

Аппроксимируем искомую функцию $M(z')$ кусочно-постоянной на каждом элементарном отрезке $[z'_j - h/2, z'_j + h/2]$ значением $M_j = M(z'_j)$. Тогда интеграл в уравнении (1) заменяется квадратурной формулой:

$$B(z_i) = \sum_{j=1}^N M_j \int_{z'_j - h/2}^{z'_j + h/2} \left[\frac{z_i - z'_j}{\sqrt{(z_i - z'_j)^2 + R_2^2}} - \frac{z_i - z'_j}{\sqrt{(z_i - z'_j)^2 + R_1^2}} \right] dz', \quad i = \overline{1, N}.$$

Обозначим элементы матрицы $\mathbf{A}$ размера $N \times N$:

$$A_{ij} = \int_{z'_j - h/2}^{z'_j + h/2} \left[\frac{z - z'}{\sqrt{(z - z')^2 + R_2^2}} - \frac{z - z'}{\sqrt{(z - z')^2 + R_1^2}} \right] dz', \quad i, j = \overline{1, N}. \quad (2)$$

В результате непрерывное уравнение (1) сводится к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\sum_{j=1}^N A_{ij} M_j = B_i, \quad i = \overline{1, N} \quad (3)$$

или в матрично-векторном виде:

$$\mathbf{A}\mathbf{M} = \mathbf{B},$$

где $\mathbf{M} = (M_1, M_2, \dots, M_N)^T$ – искомый вектор дискретных значений намагниченности, $\mathbf{B} = (B_1, B_2, \dots, B_N)^T$ – вектор значений поля на оси, полученных из измерений градиентометра.

Число обусловленности матрицы $\mathbf{A}$ велико. Это означает, что решение $\mathbf{M} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$ будет неустойчивым к малым погрешностям в правой части $\mathbf{B}$ – высокочастотные шумы измерений приводят к нефизическим осцилляциям искомого профиля.

Для построения устойчивого решения применяется метод регуляризации Тихонова. Вместо исходной некорректной задачи (3) минимизируется сглаживающий функционал:

$$\Phi_\alpha(\mathbf{M}) = \|\mathbf{A}\mathbf{M} - \mathbf{B}\|_2^2 + \alpha \|\mathbf{L}\mathbf{M}\|_2^2, \quad (4)$$

где $\mathbf{L}$ – матрица конечно-разностной аппроксимации первой производной, $\alpha > 0$ – параметр регуляризации, выбираемый по принципу невязки или L-кривой.

Получаем систему нормальных уравнений регуляризованной задачи:

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \alpha \mathbf{L}^T \mathbf{L}) \mathbf{M} = \mathbf{A}^T \mathbf{B}. \quad (5)$$

Это система с симметричной положительно определённой матрицей, которая хорошо обусловлена при $\alpha > 0$. Её решение:

$$\mathbf{M}_\alpha = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \alpha \mathbf{L}^T \mathbf{L})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{B} \quad (6)$$

даёт регуляризованную оценку искомого вектора намагниченности.

3. Обработка экспериментальных данных

Метод применён при исследовании немагнитной бурильной трубы. Геометрические параметры: длина $L = 5.1$ м, внешний радиус $R_2 = 0.121$ м, внутренний радиус $R_1 = 0.062$ м. Измеренный продольный градиент модуля магнитного поля обнаруживает две выраженные локальные особенности: интенсивный всплеск в интервале 2.8–3.0 м и менее сильный на участке 4.4–4.6 м (рис. 1а). Фоновый уровень градиента вне этих зон не превышает 40 нТл/м, что соответствует допустимому разностному критерию производителя.



Рис. 1. Магнитный профиль бурильной трубы

а) показания градиентометра, б) рассчитанная остаточная намагниченность.

Результаты восстановления намагниченности $M(z)$ представлены на рис. 16. Обнаружение дефектных интервалов производится по превышению модулем порогового значения $|M(z)|$, определяемого нормоконтролером предприятия эксплуатации [3]. Большая часть трубы имеет намагниченность в пределах ± 2 А/м, что удовлетворяет стандартам производства немагнитных труб. Вместе с тем в зоне 2.8–3.0 м зафиксирован пик $M \approx 8$ А/м, а на участке 4.4–4.6 м – значение $M \approx -2.9$ А/м. Первая аномалия пространственно совпадает с зоной ремонтной вставки, где в процессе восстановительных работ применялась электродуговая сварка, вызвавшая локальное намагничивание. Второй пик у торца, вероятно, обусловлен ударным воздействием при монтаже или демонтаже трубы. Оба участка подлежат размагничиванию перед допуском к эксплуатации.

Таким образом, предложенный метод позволяет уверенно локализовать дефектные участки, вызванные механическими и термическими воздействиями, и количественно оценить остаточную намагниченность.

4. Заключение

Разработана математическая модель восстановления аксиальной намагниченности полого цилиндра по скалярным магнитным измерениям. Метод не требует учёта абсолютного значения земного поля и устойчив к экспериментальным погрешностям. Результаты внедрены и используются в системах неразрушающего контроля изделий нефтегазового машиностроения.

Литература

1. Лунева Л.А., Андреев А.Г. Электростатика. Магнитостатика. Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021. 40 с.
2. Бахвалов Ю.А., Гречихин В.В., Грекова А.Н. Определение намагниченностей постоянных магнитов в составе электрической машины на основе решения обратной задачи магнитостатики // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2014. Т. 10, № 1. С. 46-48.
3. Загидулин Т.Р., Загидулин Р.В., Мардамшин В.Р., Бакиев Т.А. Магнитный контроль напряженного состояния при сложном сопротивлении металла и снижении величины остаточных механических напряжений буровых труб // Научные труды НИПИ Нефтегаз ГНКАР. 2018. № 2. С. 49-57.

MSC 65R32

Mathematical Modeling of Residual Magnetization Recovery in Drill Pipes Using Magnetic Gradiometer Data

N.D. Morozkin¹, D.M. Kolonskikh¹

Ufa University of Science and Technology¹

Abstract: This paper addresses an inverse magnetostatics problem: determining the distribution of residual magnetization in the walls of a non-magnetic drill pipe from measurements of the difference in magnetic induction magnitudes. The forward problem is described by the Laplace equation for the scalar magnetic potential and is reduced to a Fredholm integral equation of the first kind with respect to the unknown magnetization. A mathematical model and a numerical method for estimating the localization of peak magnetization in drill pipes are proposed. Simulation results are presented that confirm the effectiveness of the proposed approach. The work is carried out as part of the development of a system for assessing residual magnetization during the production and operation of non-magnetic drill pipes.

Keywords: magnetostatics, Fredholm integral equation, residual magnetization, drill pipes.