

УДК 519.63

Методика расчёта двумерных нестационарных задач газовой динамики на деформируемой сетке с использованием схемы КАБАРЕ

Беляева А.А.¹, Головизнин В.М.², Дерюгин Ю.Н.¹

Филиал Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова в городе Сарове¹, Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова²

Аннотация: Одной из актуальных задач вычислительной гидродинамики является моделирование газодинамических течений в областях, границы которых меняются в процессе решения. В таких задачах, как правило, использование схем повышенного порядка аппроксимации связано с определёнными трудностями. Одним из способов преодоления этих трудностей является применение схемы КАБАРЕ, обладающей к тому же хорошими дисперсионно-диссипативными свойствами, что обеспечивает точное и устойчивое решение систем гиперболических уравнений. В работе приводится описание разработанного алгоритма и его конкретной реализации, а также рассматривается применение метода КАБАРЕ для СЭЛ методов.

Ключевые слова: схема КАБАРЕ, деформируемая сетка, Fortran, OpenMP, двумерная постановка, газодинамика.

Одной из актуальных задач вычислительной гидродинамики является моделирование газодинамических течений в областях, границы которых меняются в процессе решения. В таких задачах, как правило, использование схем повышенного порядка аппроксимации связано с определёнными трудностями. Одним из способов преодоления этих трудностей является применение схемы КАБАРЕ [1,2]. В схеме КАБАРЕ вводятся два типа переменных: консервативные, которые определяются в центрах ячеек, и потоковые, которые определяются на гранях ячеек, и для их определения используются разные алгоритмы. Известно также, что этот метод разработан с учетом минимизации численной дисперсии и диссипации [3], что обеспечивает точное и устойчивое решение систем гиперболических уравнений, которые используются для моделирования газодинамических течений.

Предлагается алгоритм, позволяющий решать задачи газовой динамики как в плоской, так и в осесимметричной постановке. И в том и в другом случае расчётная область преобразуется к квадрату на каждом временном шаге для корректного применения численной схемы.

Расчёт состоит из следующих этапов:

1. Определение нового положения границ расчётной области.
2. Построение сетки на новом шаге по времени и определение метрических коэффициентов разностной сетки.
3. Вычисление значений консервативных элементов на промежуточном шаге по времени из аппроксимации исходных уравнений в виде законов сохранения.
4. Вычисление значений потоковых элементов на новом шаге по времени на основе характеристической формы уравнений относительно инвариантов, в соответствии с общей организацией схемы КАБАРЕ, значения инвариантов определяются с ис-

пользованием линейной экстраполяции и нелинейной коррекции согласно принципу максимума, примитивные параметры на границах ячейки определяются по значениям инвариантов в зависимости от характера течения.

5. На заключительном этапе определяются значения консервативных элементов на новом шаге по времени, вычисление этих значений проводится по дивергентной разностной схеме, потоки в этой схеме определяются по вычисленным потоковым переменным.

В работе приводится описание разработанного алгоритма и его конкретной реализации, а также рассматривается применение метода КАБАРЕ для СЭЛ методов. Программа выполнена на языке Фортран и позволяет производить как последовательные, так и параллельные с использованием OpenMP расчёты двумерных газодинамических задач. Методика проверена на ряде тестовых задач: Blast Wave (рис. 1) [4], задачи о распространении гауссова возмущения (рис. 2) и задачи о неустойчивости Кельвина-Гельмгольца (рис. 3).

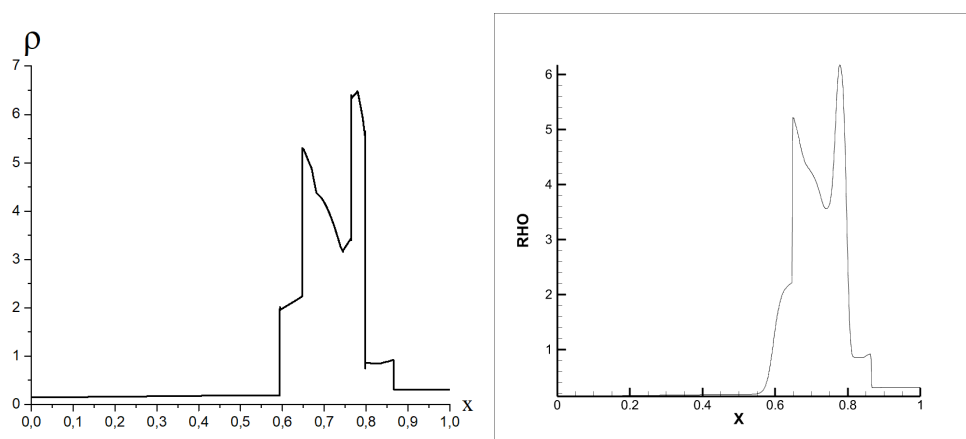


Рис. 1. Профили эталонного (слева) и рассчитанного по схеме КАБАРЕ (справа) решений задачи Blast Wave. Профиль плотности

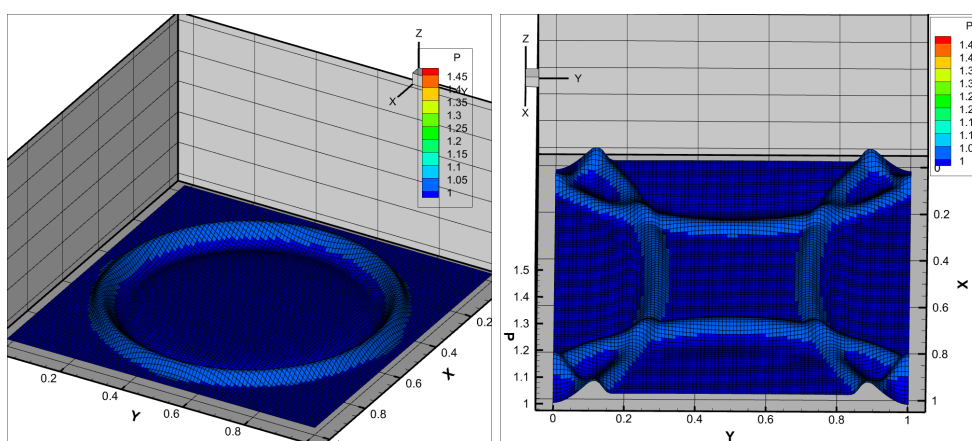


Рис. 2. Интерференция волновых фронтов после отражения возмущения от периодических границ

Обсуждаются вопросы дальнейшего развития методики.

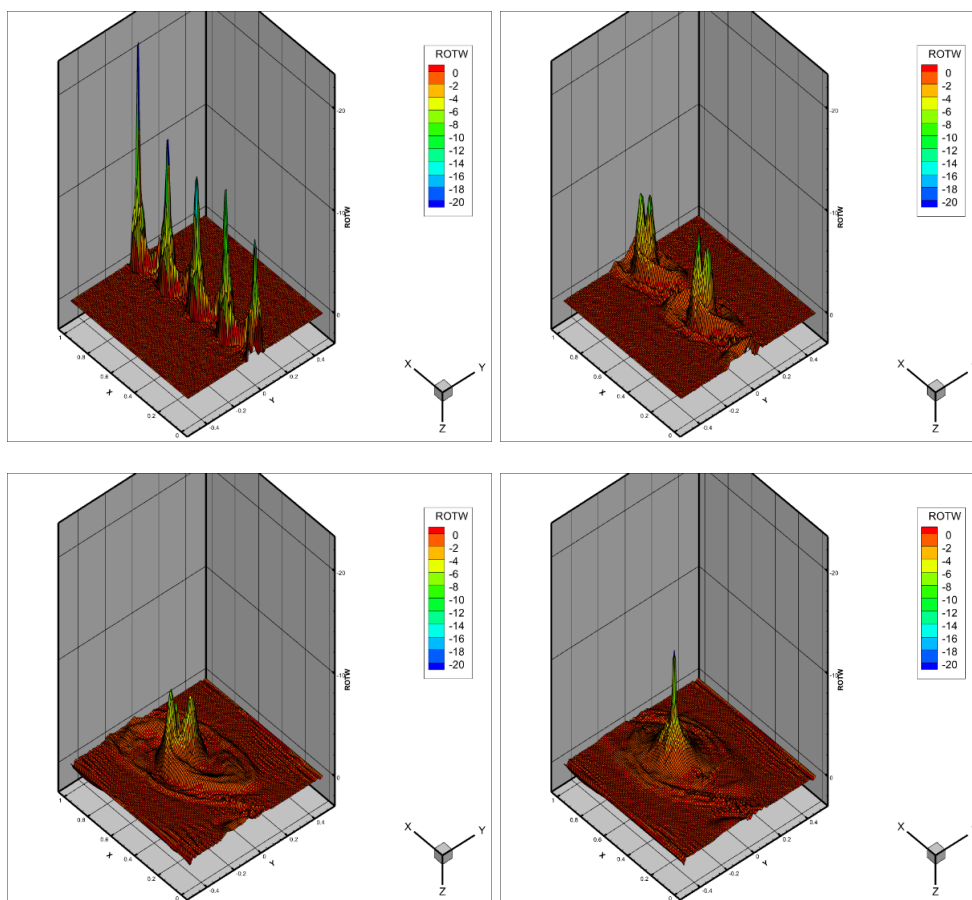


Рис. 3. Формирование, слияние и закручивание вокруг общего центра масс вихревых структур.
 Формирование единого устойчивого вихря

Список литературы

1. Головизнин В.М., Зайцев М.А., Карабасов С.А., Короткин И.А. Новые алгоритмы вычислительной гидродинамики для многопроцессорных вычислительных комплексов. Москва: Издательство Московского университета, 2013. 472 с.
2. Головизнин В.М., Самарский А.А. Некоторые свойства разностной схемы «КАБАРЕ» // Математическое моделирование. 1998. Т. 10, № 1. URL: http://lim.cmc.msu.ru/assets/content/cabaret/1998_2_samarsky_goloviznin-nekotoryie-svoystva-raznostnoj-sxemyi-kabare.pdf. Дата обращения: 09.07.2026.
3. Головизнин В.М., Соловьев А.В. Дисперсионные и диссипативные характеристики разностных схем для уравнений в частных производных гиперболического типа. Москва: МаксПресс, 2018. 200 с.
4. Woodward P., Colella P. The Numerical Simulation of Two-Dimensional Fluid Flow with Strong Shocks // Journal of computational physics. 1984. Vol. 54. P. 115-173.

MSC 76M20

A method for calculating two-dimensional non-stationary problems of gas dynamics on a deformable grid using the CABARET scheme

Belyaeva A.A.¹, Goloviznin V.M.², Deryugin Yu.N.¹

Branch of Lomonosov Moscow State University in Sarov¹, Lomonosov Moscow State
University²

Abstract: One of the urgent tasks of computational fluid dynamics is the modeling of gas-dynamic flows in areas whose boundaries change during the solution process. In such problems, as a rule, the use of higher-order approximation schemes is associated with certain difficulties. One of the ways to overcome these difficulties is to use the CABARET scheme, which also has good dispersion-dissipative properties, which provides an accurate and stable solution to systems of hyperbolic equations. The paper describes the developed algorithm and its specific implementation, as well as considers the application of the CABARET method for SEL methods.

Keywords: CABARET scheme, deformable grid, Fortran, OpenMP, two-dimensional statement, gas dynamics.