

УДК 517.938

О различных типах гиперболических хаотических множеств в возмущенном отображении Аносова*

Шилов О.М., Казаков А.О.

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Аннотация: Построен простой пример отображения – двумерный диффеоморфизм, зависящий от двух параметров и демонстрирующий при изменении значений параметров переход от диффеоморфизма Аносова к диффеоморфизму с нульмерным базисным множеством. Найдены границы между этими типами отображений, описаны соответствующие бифуркации.

Ключевые слова: гиперболичность, хаотические седловые множества, DA-отображения.

Доклад посвящен изучению гиперболической динамики двумерных диффеоморфизмов, полученных путем возмущения двумерного отображения Аносова отображением Мёбиуса. Наблюдаются различные типы хаотических режимов (аттрактор/репеллер Аносова, аттрактор/репеллер DA, хаотическое седло) и численно проверяется их гиперболичность. Отображение Мёбиуса зависит от двух параметров, отвечающих за диссипативность и сдвиг координат [1]. На соответствующей плоскости параметров возмущенного отображения, используя методы вычисления показателей Ляпунова и углов между касательными подпространствами [2, 3], мы выделяем области с четырьмя различными типами гиперболической хаотической динамики:

- 1) область с аттрактором/репеллером Аносова (аттрактор и репеллер – весь тор),
- 2) области с DA-аттрактором,
- 3) область с DA-репеллером,
- 4) область с простым аттрактором (устойчивая неподвижная точка), простым репеллером (вполне неустойчивая неподвижная точка).

Первые три области и бифуркации между ними описаны в нашей предыдущей работе [4]. В данной работе мы уделяем особое внимание структуре четвертой области, где показано, что устойчивые и вполне неустойчивые неподвижные точки сосуществуют с хаотическим седловым множеством (седлом), т.е. хаотическим инвариантным множеством, не совпадающим с аттрактором и репеллером. Орбиты, аппроксимирующие хаотические седла, строятся численно с помощью метода, описанного в [5]. Проводится проверка гиперболичности этих множеств. Описываются бифуркации из первых трех областей в область с хаотическим седлом.

Литература

1. Chigarev V., Kazakov A., Pikovsky A. Kantorovich-Rubinstein-Wasserstein distance between overlapping attractor and repeller // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2020. Vol. 30, no. 7. Art. 073137. DOI: 10.1063/5.0007230
2. Kuptsov P. V. Fast numerical test of hyperbolic chaos // *Physical Review E*. 2012. Vol. 85, no. 1. Art. 015203. DOI: 10.1103/physreve.85.015203

*Исследование осуществлено в рамках проекта «Зеркальные лаборатории НИУ ВШЭ».

3. Kuptsov P. V., Kuznetsov S. P. Numerical test for hyperbolicity in chaotic systems with multiple time delays // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2018. Vol. 56. P. 227-239. DOI: 10.1016/j.cnsns.2017.08.016
4. Kazakov A., Mints D., Petrova I., Shilov O. On non-trivial hyperbolic sets and their bifurcations in families of diffeomorphisms of a two-dimensional torus // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2024. Vol. 34, no. 8. Art. 083101. DOI: 10.1063/5.0211890
5. Nusse H. E., Yorke J. A. A procedure for finding numerical trajectories on chaotic saddles // Physica D: Nonlinear Phenomena. 1989. Vol. 36, no. 1-2. P. 137-156. DOI: 10.1016/0167-2789(89)90253-4

MSC 37D20

On different types of hyperbolic chaotic sets in the perturbed Anosov map

O.M. Shilov, A.O. Kazakov

HSE University

Abstract: A simple example of a map has been constructed—a two-dimensional diffeomorphism that depends on two parameters and demonstrates (when the parameter values change) the transition from an Anosov diffeomorphism to a diffeomorphism with a zero-dimensional basic set. The boundaries between these types of maps have been found, and the corresponding bifurcations have been described.

Keywords: hyperbolicity, chaotic saddle sets, DA-map.

References

1. Chigarev V., Kazakov A., Pikovsky A. Kantorovich-Rubinstein-Wasserstein distance between overlapping attractor and repeller // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2020. Vol. 30, no. 7. Art. 073137. DOI: 10.1063/5.0007230
2. Kuptsov P. V. Fast numerical test of hyperbolic chaos // *Physical Review E*. 2012. Vol. 85, no. 1. Art. 015203. DOI: 10.1103/physreve.85.015203
3. Kuptsov P. V., Kuznetsov S. P. Numerical test for hyperbolicity in chaotic systems with multiple time delays // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2018. Vol. 56. P. 227-239. DOI: 10.1016/j.cnsns.2017.08.016
4. Kazakov A., Mints D., Petrova I., Shilov O. On non-trivial hyperbolic sets and their bifurcations in families of diffeomorphisms of a two-dimensional torus // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2024. Vol. 34, no. 8. Art. 083101. DOI: 10.1063/5.0211890
5. Nusse H. E., Yorke J. A. A procedure for finding numerical trajectories on chaotic saddles // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 1989. Vol. 36, no. 1-2. P. 137-156. DOI: 10.1016/0167-2789(89)90253-4