

УДК 517.9

К вопросу об условной устойчивости нулевого решения нелинейной системы по линейному приближению

Шаманаев П.А.

Научно-технологический университет «Сириус»

Аннотация: В настоящей работе получены достаточные условия условной устойчивости и условной асимптотической устойчивости нулевого решения нелинейной системы по линейному приближению. Матрица линейного приближения содержит по крайней мере одно собственное значение с отрицательной вещественной частью.

Ключевые слова: условная устойчивость, частичная устойчивость, устойчивые многообразия

Настоящая работа дополняет результаты, полученные в работах [1, 2]. В работе рассмотрена система

$$\frac{dx}{dt} = Ax + f(x), \quad (1)$$

где $x \in R^n$, A – постоянная $n \times n$ матрица, $f(x) = (f_1(x), \dots, f_n(x))^T$,

$$f_j(x) = \sum_{|p_j|=2}^{\infty} x^{p_j}, \quad x^{p_j} = x_1^{p_{j1}} x_2^{p_{j2}} \dots x_n^{p_{jn}}, \quad (2)$$

$$p_j = (p_{j1}, \dots, p_{jn}), \quad |p_j| = p_{j1} + \dots + p_{jn}, \quad j = \overline{1, n}.$$

Условная устойчивость нулевого решения понимается в смысле работы [3]. В отличие от устойчивости по Ляпунову, здесь начальные точки возмущенных решений берутся лишь из некоторого многообразия, принадлежащего окрестности нуля.

Для системы вида (1) показано, что при выполнении теорем из работ [1]- [2] в окрестности нулевого решения существуют устойчивые, асимптотически устойчивые и неустойчивые многообразия.

Литература

1. Шаманаев П. А. Об устойчивости нулевого решения относительно части переменных по линейному приближению // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2023. Т. 19, № 3. С. 374-390. DOI: 10.21638/11701/spbu10.2023.306
2. Шаманаев П. А. О частичной неустойчивости нулевого решения нелинейных систем по первому приближению // Журнал Средневолжского математического общества. 2024. Т. 26, № 3. С. 280-293. DOI: 10.15507/2079-6900.26.202403.280-293
3. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967. 472 с.

MSC 34D20

On the conditional stability of the zero solution of a nonlinear system under linear approximation

P.A. Shamanaev

Sirius University of Science and Technology

Abstract: In this paper, sufficient conditions for conditional stability and conditional asymptotic stability of the zero solution of a nonlinear system under linear approximation are obtained. The linear approximation matrix contains at least one eigenvalue with a negative real part.

Keywords: conditional stability, partial stability, stable manifolds.

References

1. Shamanaev P. A. Ob ustoychivosti nulevogo resheniya otnositel'no chasti peremennykh po lineinomu priblizheniyu [On stability of the zero solution with respect to part of variables by linear approximation] // Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Prikladnaya matematika. Informatika. Protsessy upravleniya [Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes]. 2023. Vol. 19, no. 3. P. 374-390. DOI: 10.21638/11701/spbu10.2023.306 (in Russian)
2. Shamanaev P. A. O chastichnoi neustoychivosti nulevogo resheniya nelineinykh sistem po pervomu priblizheniyu [On partial instability of the zero solution of nonlinear systems by first approximation] // Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva [Journal of Middle Volga Mathematical Society]. 2024. Vol. 26, no. 3. P. 280-293. DOI: 10.15507/2079-6900.26.202403.280-293 (in Russian)
3. Demidovich B. P. Lektsii po matematicheskoi teorii ustoychivosti [Lectures on mathematical stability theory]. Moscow: Nauka, 1967. 472 p. (in Russian)