

УДК 519.622.2

Численные исследования аттрактора Лоренца в системе Шимицу-Мориока*

Корякин В.А., Казаков А.О.

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Аннотация: В исследовании показано существование двух типов каскадов точек inclination flip, приводящих к появлению счетного числа областей с аттракторами Лоренца. Первый каскад происходит вдоль кривой первого касания (нарушение псевдогиперболичности), второй – трансверсально к этой кривой.

Ключевые слова: аттрактор Лоренца, гомоклинические бифуркации, система Шимицу-Мориока.

Аттрактор Лоренца [1] является одним из наиболее известных и узнаваемых типов хаотических аттракторов. Его основным свойством является то, что этот аттрактор является устойчиво хаотическим, т.е. имеет положительный старший показатель Ляпунова в открытой области пространства параметров. Доказательство устойчивости хаотичности аттрактора является сложной задачей. Для аттрактора Лоренца (при классических значениях параметров) такое доказательство было выполнено в работе [2] путем проверки условий геометрической модели Афраимовича-Быкова-Шильникова [3, 4] с помощью методов доказательных вычислений. Альтернативный подход к установлению существования аттрактора Лоренца заключается в проверке условий критериев Шильникова [5], выполнение которых гарантирует рождение аттрактора Лоренца из пары гомоклинических петель седлового состояния равновесие при некоторых дополнительных условиях вырождения. Шильников описал три таких вырождения, одно из которых – бифуркация inclination flip (переворот наклона) для пары гомоклинических петель.

В этом докладе мы изучаем аттрактор Лоренца в модели Шимицу-Мориока [6]. Мы показываем, что существует два типа каскадов точек inclination flip, которые приводят к появлению счетного числа областей с аттракторами Лоренца. Первый каскад происходит вдоль кривой первого касания (нарушение псевдогиперболичности), второй – трансверсально к этой кривой.

Литература

1. Lorenz E. N. Deterministic Nonperiodic Flow // Journal of Atmospheric Sciences. 1963. Vol. 20, no. 2. P. 130-141.
2. Tucker W. The Lorenz attractor exists // Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series I - Mathematics. 1999. Vol. 328, no. 12. P. 1197-1202.
3. Afraimovich V. S., Bykov V. V., Shilnikov L. P. On the origin and structure of the Lorenz attractor // Doklady Akademii Nauk SSSR. 1977. Vol. 234. P. 336-339.

*Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ)

4. Afraimovich V. S., Bykov V. V., Shilnikov L. P. Attractive nonrough limit sets of Lorenz-attractor type // Trudy Moskovskogo Matematicheskogo Obshchestva. 1982. Vol. 44. P. 150-212.
5. Shilnikov L. P. The bifurcation theory and quasi-hyperbolic attractors // Uspekhi Matematicheskikh Nauk. 1981. Vol. 36. P. 240-241.
6. Shilnikov A. L. On bifurcations of the Lorenz attractor in the Shimizu-Morioka model // Physica D: Nonlinear Phenomena. 1993. Vol. 62, no. 1-4. P. 338-346.

MSC 37G20, 37G35

Numerical studies of the Lorenz attractor in the Shimizu-Morioka system

V.A. Koryakin, A.O. Kazakov

HSE University

Abstract: The study shows the existence of two types of inclination flip points cascades, leading to the appearance of a countable number of regions with Lorenz attractors. The first cascade occurs along the curve of the first tangent (violation of pseudo-hyperbolicity), the second – transversely to this curve.

Keywords: Lorenz attractor, homoclinic bifurcation, Shimizu-Morioka system

References

1. Lorenz E. N. Deterministic Nonperiodic Flow // Journal of Atmospheric Sciences. 1963. Vol. 20, no. 2. P. 130-141.
2. Tucker W. The Lorenz attractor exists // Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series I - Mathematics. 1999. Vol. 328, no. 12. P. 1197-1202.
3. Afraimovich V. S., Bykov V. V., Shilnikov L. P. On the origin and structure of the Lorenz attractor // Doklady Akademii Nauk SSSR [Soviet Mathematics Doklady]. 1977. Vol. 234. P. 336-339. (in Russian)
4. Afraimovich V. S., Bykov V. V., Shilnikov L. P. Attractive nonrough limit sets of Lorenz-attractor type // Trudy Moskovskogo Matematicheskogo Obshchestva [Transactions of the Moscow Mathematical Society]. 1982. Vol. 44. P. 150-212. (in Russian)
5. Shilnikov L. P. The bifurcation theory and quasi-hyperbolic attractors // Uspekhi Matematicheskikh Nauk [Russian Mathematical Surveys]. 1981. Vol. 36. P. 240-241. (in Russian)
6. Shilnikov A. L. On bifurcations of the Lorenz attractor in the Shimizu-Morioka model // Physica D: Nonlinear Phenomena. 1993. Vol. 62, no. 1-4. P. 338-346.