

УДК 519.63

Об одном алгоритме прямого разрешения доменных структур с внутренней мортарной границей*

Губайдуллин И.М.¹, Повещенко Ю.А.², Подрыга В.О.²,
Узянбаев Р.М.¹, Язовцева О.С.³

УГНТУ¹, ИПМ им. М.В.Келдыша²,
Национальный исследовательский Мордовский государственный университет³

Аннотация: В работе представлен алгоритм прямого разрешения доменных структур с внутренней несогласованной границей. Расчетная область разбита на ячейки с крупным пространственным шагом, внутри которых реализуется более мелкая сетка. Алгоритм протестирован на примере двумерного уравнения распределения давления и применен к решению задачи пьезопроводности типичной пластовой структуры карбонатно-пористого коллектора.

Ключевые слова: метод прогонки, мортарные сетки, уравнение пьезопроводности, карбонатно-пористый коллектор.

В настоящее время актуальной остается задача построения вычислительных алгоритмов для областей с резко меняющимися фильтрационно-емкостными и масштабно-геометрическими характеристиками. В таких задачах, помимо разработки численных схем, остро стоит вопрос о декомпозиции областей интегрирования. Одним из подходов к разбиению области являются расчетные сетки с несогласованными внутренними границами – мортарные сетки. Значительное количество исследований в этой области было ориентировано на применение метода конечных элементов (например, см. [1]). В данной работе предлагается алгоритм прямого разрешения доменных структур с внутренней мортарной границей для уравнения пьезопроводности на основе конечно-разностных методов. На расчетной области определена сетка с крупным пространственным шагом (макросетка). Подмножество ячеек макросетки (будем называть их макроячейками) разбивается на более мелкие пространственные ячейки, определяющие их внутреннюю микросеточную структуру. В узлах микро- и макросеток записываются балансные соотношения исходной задачи. Подобное разбиение ведет к необходимости записи условий согласования на внутренних границах, связанное с сохранением свойств самосопряженности и знакоопределенности повторных операций векторного анализа (div grad) при переходе от одного вида расчетной сетки к другому для полной сеточной задачи.

В выделенной макроячейке реализуется продольно-поперечный итерационный процесс символьной прогонки, точно вычисляющей полиномиальные коэффициенты в узлах микросеточной структуры при неизвестных макросеточных значениях на мортарной внутренней границе макроячейки. Начальное значение итерационного параметра подбирается из теоремы о кругах Гершгорина [2], определяющей верхнюю спектральную границу исходной задачи. Внутри выбранной ячейки задача сводится к нахождению решений при неизвестных граничных условиях Дирихле, интерполируемых исходя из неизвестных сеточных функций в узлах макросетки. Таким образом, стандартное определение балансных и прогоночных сеточных коэффициентов обобщено на их полиномиальное представление.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-71-20005, <https://rscf.ru/project/25-71-20005/>.

Алгоритм протестирован в задачах, сохраняющих фильтрационно-емкостные спектральные свойства исследуемых систем распределения давлений в нефтесодержащем пласте трещиновато-пористого карбонатного коллектора.

Литература

1. Bernardi C., Maday Y., Patera A. T. A New Nonconforming Approach to Domain Decomposition: The Mortar Element Method // *Nonlinear Partial Differential Equations and Their Applications*. Paris: College de France, 1994.
2. Гершгорин С. А. Об ограничении собственных значений матрицы // *Доклады Академии наук СССР*. 1951. Т. 7. С. 749-752.

MSC 65N06

On an algorithm for the direct solution of domain structures with an internal mortar boundary

I.M. Gubaydullin¹, Yu.A. Poveshchenko², V.O. Podryga²,
R.M. Uzyanbayev¹, O.S. Yazovtseva³

USPTU¹, Keldysh IAM²,
National Research Mordovian State University³

Abstract: The paper presents an algorithm for the direct solution of domain structures with an internally non-matching boundary. The computational domain is divided into cells with a large spatial step, within which a finer grid is implemented. The algorithm is tested on a two-dimensional pressure distribution equation and applied to solving the piezoconductivity problem of a typical structure of a carbonate-porous reservoir.

Keywords: the tridiagonal matrix algorithm, mortar grids, piezoconductivity equation, carbonate-porous collector.

References

1. Bernardi C., Maday Y., Patera A. T. A New Nonconforming Approach to Domain Decomposition: The Mortar Element Method // Nonlinear Partial Differential Equations and Their Applications. Paris: College de France, 1994.
2. Gershgorin S. A. Ob ogranichenii sobstvennykh znachenii matritsy [On the bounds for eigenvalues of matrices] // Doklady Akademii nauk SSSR. 1951. Vol. 7. P. 749-752. (in Russian)