УДК 519.63

Возмущенные уравнения для моделирования вспышек при инвазионных процессах*

Переварюха А.Ю.

Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр РАН

Аннотация: Инвазионные процессы в изолированных средах представляют собой сложный комплекс нелинейных явлений современной экодинамики с обратными связями. Происходящие после вселения чужеродного биотического агента (вируса, патогенного микроба или беспозвоночного) с чрезмерно высоким для новой среды репродуктивным потенциалом приводит к активизации процессов противоборства со взаимной эволюционной адаптацией сторон – автохтонного окружения и чужеродного вселенца. Часто развивается эффект разрушительной вспышки численности, который может быть пролонгированным во времени и пространстве. В некоторых ситуациях вселенец разрушает свою среду, так как адаптация сопротивления запаздывает. Возникает два фактора запаздывания – восполнения ресурсов среды и задержка выработки ответа от окружения. В докладе предлагаются уравнения с запаздыванием для моделирования вариантов развития инвазий. Модели созданы с учетом фактора неопределенности в скорости выработки реакции на вторжение опасного вида, но при этом возмущение достаточно ограничено и никогда в реальности не приводит к стохастической динамике биофизического процесса.

Ключевые слова: инвазии, адаптации, уравнения с ограниченным возмущением.

1. Проблема моделирования разнообразия инвазий

Из-за климатической нестабильности и неразумной хозяйственной деятельности проблема моделирования экстремального характера развития биологической инвазии для прогнозирования мер противодействия актуальна и не решена. Кризис биоресурсов, деградация ценных лесов и биологическое загрязнение происходят при вторжении в среду чужеродного вида с некомпенсируемым репродуктивным потенциалом. Стремительные инвазионные процессы часто переходят в экстремальный режим и не моделируются балансовыми уравнениями со степенной регуляцией. Для ряда инвазий наблюдается формирование серий популяционных волн и пульсирующих вспышек численности с пилообразной формой затухающих колебаний на графиках. В работе предложены гибридные переопределяемые дифференциальные уравнения с запаздыванием для описания пульсирующих вспышек при медленной адаптации автохтонного биотического окружения к атакам вселенца. Исследуемые явления характерны и для современной эпидемической динамики при образовании повторных волн распространения коронавируса. Решение модели демонстрирует затухание серии пиков с возможностью повторных серий волн, возникших из-за возмущения базового репродуктивного параметра распространения чужеродного организма. Существует много видов уравнений с запаздыванием, но в работе исследуется целесообразность

*Работа выполнена по проекту РНФ N 23-21-00339 «Разработка методов сценарного моделирования экстремальных инвазионных процессов в экосистемах с учетом факторов противодействия на основе динамически переопределяемых вычислительных структур».

дополнения моделей вариативными функциями затухания.

2. Метод построения модели противодействия

Цель создания моделей вида $\dot{N} = F(N(t-\tau)) - \Psi(N(t-\nu))$ с ограниченным возмущением – анализ стадий инвазионного процесса на основе уравнений, где стохастические факторы учтены с методом возмущения запаздывания. Проблема моделируемой ситуации инвазии – регулируемое противодействие агрессивно размножающемуся виду в биологическом сообществе вырабатывается с запаздыванием и приводит к резкому переходу в фазу депрессии численности вселенца, но это запаздывание не константа. Направление получило развитие в модификации с $\dot{N} = rF(N(t))^{\Theta}$:

$$\frac{dN}{dt} = rN(t)\frac{(1 - N(t)/(K + \vartheta N)^{\Theta}}{(1 - N(t))/K(1-\gamma)}.$$

Решения подобных моделей описывают уравновешивающиеся процессы $\forall N(0) > 0$. Не все уравнения имеет смысл дополнять включением $t - \tau$. Отличие моделей ограниченного роста – положение точки перегиба $N_p \neq 0$ на графике $N(t)$. Для модели ордината точки перегиба $N_p = \dfrac{K}{2}$, абсцисса $t_p = r^{-1}\ln\dfrac{K - N(0)}{N(0)}$. Положение ординаты точки перегиба N_p установим для оптимальной эксплуатации с изъятием $\dot{N} = rf(N(t)) - Q$.

Сравним динамику модели инвазионного процесса для агрессивного вселенца с $N(t-\tau)$ и модель инвазии в форме уравнения с отклоняющимся аргументом, где величина запаздывания τ возмущена равномерно распределенной случайной величиной $\gamma \in [-0.5, 0.5]$, что отражает влияние случайных факторов на небольшую исходную группу особей-вселенцев. Для включения стохастической компоненты лучше возмущать именно величину запаздывания $\gamma\tau$, что качественно отразится на сценариях завершения инвазионного процесса [1]. Эффекты запаздывания разделены на три типа по биологическому генезису и роли в развитии процессов [3]. Инвазионные процессы проходят этап кризисной динамики $N(t) \to 0 + \epsilon$ и сопровождаются длительными осцилляциями. В результате биосистема получит несколько сценариев динамики кризиса, включая гибель $N(t_\infty) = 0$.

Зададим пороговое развитие инвазионного популяционного процесса в уравнении с функцией сопротивления среды $\dot{N} = F(N(t-\tau)) - \Psi(N(t-\nu))$. Пороговый эффект реакции агрессивному росту численности вселенца выразим $\ln_K$-регуляцией в функции противодействия $\Psi(N(t-\nu))$ и при $\mathcal{Q} > q$, $m \geq 2$, $N(0) < J < \mathcal{K}$. Запаздывание ν в модели возмущенно равномерно распределенной случайной величиной $\nu \times \gamma$ на отрезке $[0, 0.5\nu]$:

$$\frac{dN}{dt} = rN(t)\ln\left(\frac{\mathcal{K}}{N(t-\tau)}\right) - \mathcal{Q}\frac{N^m(t-\nu\times\gamma)}{(J - N(t))^2} - qN(t). \qquad (1)$$

Вместо стабилизации $N(t) \to K$, $N(t_S) < K$ и превышения равновесия K стадия кризиса с возрастанием $F(N^2; J^{-1})$ при $N \to J$ и потенциал роста не нивелирован $\ln_K$-регуляцией. Время активации вариативно, но не менее τ_1 [4]. Пусть τ_1 варьируется случайной величиной γ в ограниченном диапазоне. Предложим модель с возмущенным равномерной случайной величиной запаздыванием $(t - \tau_1\gamma)$:

$$\frac{dN}{dt} = rN(t)\ln\left(\frac{\mathcal{K}}{N(t-\tau\gamma)}\right) - \frac{\delta N^2(t-\tau_1\gamma)}{(J - N(t))^2} - qN(t), \quad \delta > q, \quad \gamma(\omega) \in [1, 2]. \qquad (2)$$

При приближении $N(t)$ к пороговому значению J, $N(0) < J < \mathcal{K}$ происходит резкий переход в глубокий популяционный кризис $N(t) \to 0 + \epsilon$. Сценарий преодоления кризиса с образованием колебаний $N(t) \to N_*(t)$, $\max N_*(t) < J$ зависит от стохастических временных факторов. Популяция погибает при увеличении репродуктивного потенциала r. Можно показать, что существует $r = \bar{r}$, такое что для события $\lim\limits_{t \to \bar{t}} N(t; \bar{r}\tau) = 0$ вероятность $P > 0$, и существует $\hat{r} > \bar{r}$, $t < \infty$, при котором для данного события справедливо $P = 1$. Здесь $\hat{r}$ критический порог для увеличения инвазионным агентом своей репродуктивной активности. Быстрое размножение при дисбалансе со скоростью восстановления ресурсов приведет к деградации инвазионной популяции и, соответственно, долгому восстановлению среды [5]. Так, самшитовая огневка в Краснодарском крае попутно уничтожила свою новую перспективную среду обитания.

Литература

1. Переварюха А.Ю. Моделирование эффекта волнообразной кривой воспроизводства популяций рыб // Экологические системы и приборы. 2008. № 8. С. 41–44.

2. Perevaryukha A.Y. An iterative continuous-event model of the population outbreak of a phytophagous Hemipteran // Biophysics. 2016. Vol. 61, № 2. P. 334–341.

3. Переварюха А.Ю. Интерпретация поведения моделей динамики биоресурсов и моментальная хаотизация в новой модели // Нелинейный мир. 2012. Т. 10, № 4. С. 255–262.

4. Переварюха А.Ю. Моделирование неустойчивого критического равновесия в популяционной динамике // Проблемы механики и управления: Нелинейные динамические системы. 2013. № 45. С. 82–91.

5. Дубровская В.А., Трофимова И.В. Модель динамики структурированных субпопуляций осетровых рыб Каспия с учетом отклонений в темпах развития молоди // Журнал Белорусского государственного университета. Биология. 2017. № 3. С. 76–86.

MSC 93A99

Perturbed equations for modeling outbreaks during invasive processes

A.Y. Perevaryukha

St. Petersburg Federal Research Center RAS

Abstract: Invasive processes in isolated environments represent a complex set of nonlinear phenomena of modern ecodynamics with feedback. Occurring after the invasion of a foreign biotic agent (virus, pathogenic microbe or invertebrate) with a reproductive potential that is excessively high for the new environment, it leads to the activation of processes of confrontation with the mutual evolutionary adaptation of the parties – the autochthonous environment and the alien invader. The effect of a destructive outbreak of numbers often develops, which can be prolonged in time and space. In some situations, the invader destroys its environment because adaptation of the resistance is delayed. Two delay factors arise: the replenishment of environmental resources and the delay in developing a response from the environment. The report proposes lagged equations for modeling the evolution of invasions. The models were created taking into account the uncertainty factor in the speed of development of a reaction to the invasion of a dangerous species, but the disturbance is quite limited and never in reality leads to stochastic dynamics of the biophysical process.

Keywords: invasions, adaptations, equations with limited disturbance.

References

1. Perevaryukha A.Yu. Modeling the effect of a wavy curve of fish population reproduction // Ecological systems and devices. 2008. 8. P. 41–44. (in Russian).

2. Perevaryukha A.Y. An iterative continuous-event model of the population outbreak of a phytophagous Hemipteran // Biophysics. 2016. Vol. 61, No. 2. P. 334–341.

3. Perevaryukha A.Yu. Interpretation of the behavior of models of bioresource dynamics and instantaneous chaos in a new model // Nonlinear World. 2012. Vol. 10, No. 4. P. 255–262.

4. Perevaryukha A.Yu. Modeling of unstable critical equilibrium in population dynamics // Problems of mechanics and control: Nonlinear dynamic systems. 2013. No. 45. P. 82–91.

5. Dubrovskaya V.A., Trofimova I.V. Model of the dynamics of structured subpopulations of sturgeon in the Caspian Sea, taking into account deviations in the rate of development of juveniles // Journal of the Belarusian State University. Biology. 2017. No. 3. P. 76–86.