

УДК 519.63

Экспериментальное исследование маятника с вибрирующей точкой подвеса

Малышев М.В., Кульминский Д.Д.

Научно-технологический Университет «Сириус»

Аннотация: В данной работе впервые экспериментально исследована зависимость периода собственных колебаний маятника от вибрации точки подвеса, проходящей по эллиптической траектории. В результате эксперимента показано, что при вибрации 7.6 оборотов по малому эллипсу в секунду, более интенсивной в горизонтальном направлении, период колебаний угла маятника увеличивается на 0.033 сек. по сравнению с собственным периодом маятника, а при вибрации, более интенсивной в вертикальном направлении – уменьшается на 0.033 сек.

Ключевые слова: маятник, вибрации, устойчивость.

1. Введение

Маятникам на вибрирующем основании посвящено много работ, среди которых можно отметить работу П.Л. Капицы [1], положившую начало вибромеханике. Капица отмечал, что маятниковые часы на вибрирующем основании всегда спешат [2]. Задачу о точности хода маятниковых часов также решал А.П. Маркеев и в своей работе доказал, что при вибрациях точки подвеса часы могут как спешить, так и отставать [3]. Динамика маятника в работе описывалась уравнением (1).

$$J_x \ddot{\phi} = -mgl \sin \phi - ml(\ddot{Z}_0 \sin \phi + \ddot{Y}_0 \cos \phi), \quad (1)$$

где m – масса маятника, l – длина от точки подвеса до центра масс маятника, l_r – приведенная длина маятника, ϕ – угол отклонения от вертикальной оси, Z_0 – отклонение точки подвеса от начала координат по оси Z , Y_0 – отклонение точки подвеса от начала координат по оси Y , J_x – момент инерции маятника.

Отстают или спешат маятниковые часы (увеличивается или уменьшается период колебаний маятника) показывает параметр:

$$\alpha = \frac{\langle \dot{Z}_0^2 \rangle - \langle \dot{Y}_0^2 \rangle}{2gl_r} \quad (2)$$

Если $\alpha > 0$ – часы спешат, если $\alpha < 0$ – часы отстают.

Также важные условия колебаний:

$$\langle \dot{Z}_0 \dot{Y}_0 \rangle = 0, \\ OO^* \ll l.$$

Скобками ' $\langle \dots \rangle$ ' обозначена операция усреднения значения периодической функции.

Целью данной работы было экспериментальное исследование собственной частоты маятниковых часов в зависимости от вибрации точки подвеса.

Перед экспериментом было проведено компьютерное моделирование, при котором подобраны параметры маятника. Характер движения точки подвеса был выбран исходя из условий: движение по замкнутой траектории в форме эллипса в плоскости колебаний маятника. Изменение размеров полуосей эллипса, которые намного меньше длины маятника, и дает изменение параметра α :

- 1) $\alpha > 0$ – вертикальные колебания интенсивнее;
- 2) $\alpha < 0$ – горизонтальные колебания интенсивнее.

Длина маятника была выбрана 1 метр, масса – 1 кг, размеры полуосей эллипса – 2 и 10 мм.

2. Эксперимент

В ходе эксперимента вибрации в точке подвеса совершались роботом ABB IRB 1600, отслеживались вибрации по видеокамере и при помощи лазерного трекера. Колебания самого маятника отслеживались по видеокамере.

В эксперименте с лазерным трекером отражатель был установлен в крепление, расположенное на оси вращения маятника, а в память компьютера записывалось его положение в системе координат трекера с частотой 100 Гц. Установка эксперимента с лазерным трекером представлена на рис. 1.



Рис. 1. Экспериментальная установка для измерения положения точки подвеса маятника с помощью лазерного трекера

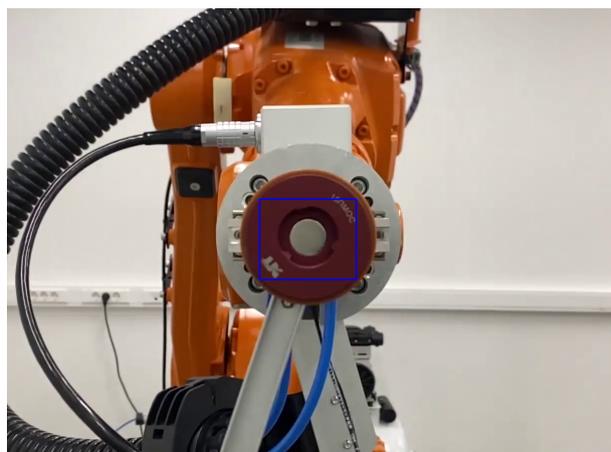


Рис. 2. Кадр изображения видеокамеры для отслеживания положения точки подвеса

В эксперименте с видеокамерой отслеживалось перемещение крепления для отражателя на каждом кадре видео частотой 240 Гц. Алгоритм отслеживания использует открытую библиотеку работы с изображениями и видео OpenCV. Предварительно камера была откалибрована на шахматной доске и были измерены смещения относительно маятника. Изображение с камеры, отслеживающей перемещение точки подвеса представлено на рис. 2.

Частота вибраций определялась максимальной скоростью линейного перемещения схвата робота и составила 7.6 оборотов по эллипсу в секунду. Для лазерного трекера и для камеры было проведено по 2 эксперимента: с горизонтальным эллипсом и с вертикальным.

На рис. 3 представлен экспериментальный временной ряд колебаний маятника,

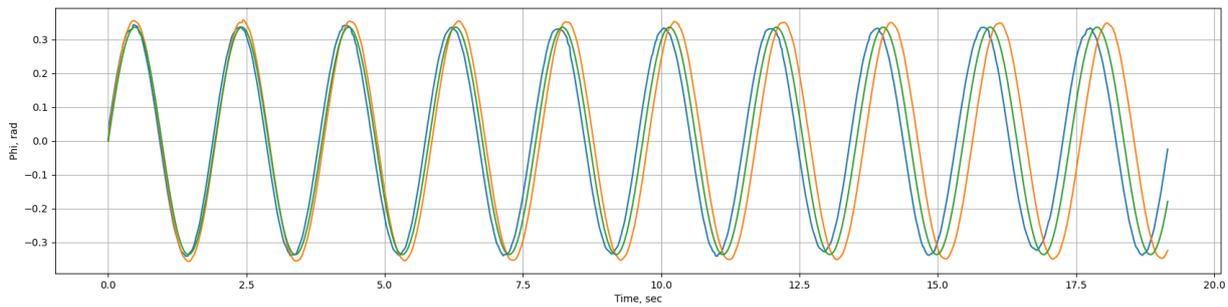


Рис. 3. Экспериментальный временной ряд колебаний угла маятника

полученный при помощи отслеживания угла маятника по видеокамере и демонстрирующий разницу в величине периода колебаний. Зеленому цвету на графике соответствуют колебания без вибраций, синему – при вибрации, более интенсивной в вертикальном направлении, желтому – при вибрации, более интенсивной в горизонтальном направлении.

В обоих экспериментах наблюдалось изменение периода колебаний маятника при изменении ориентации эллипса, по котрому перемещалась точка подвеса, создавая вибрации. Собственный период маятника равен 1.933 сек. Значения периода колебаний маятника и параметра α из формулы (2) при вибрациях представлены в таблице 1.

Таблица 1. Результаты измерений

Форма эллипса	α	период, сек
вертикальный	0.0056	1.900
горизонтальный	-0.0056	1.966

Условия эксперимента и наблюдаемый результат полностью соответствуют выводам, описанным в статье А.П. Маркеева [3]. В результате эксперимента показано, что при вибрации 7.6 оборотов по малому эллипсу в секунду, более интенсивной в горизонтальном направлении, период колебаний угла маятника увеличивается на 0.033 сек. по сравнению с собственным периодом маятника, а при вибрации, более интенсивной в вертикальном направлении – уменьшается на 0.033 сек.

Литература

- Капица П.Л. Маятник с вибрирующим подвесом //Успехи физических наук. 1951. Т. 44, №. 5. С. 7–20.
- Астрахарчик Г.Е., Астрахарчик Н.А. Исследование маятника Капицы //arXiv preprint arXiv:1103.5981. 2011.
- Маркеев А.П. К задаче о точности хода маятниковых часов на вибрирующем основании //Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2018. № 5. С. 112–123.

MSC 70J35

Experimental Study of a Pendulum with a Vibrating Pivot Point

M.V. Malyshev, D.D. Kulminskiy
Sirius University of Science and Technology

Abstract: In this work, for the first time, an experimental study of the dependence of the pendulum's natural oscillation period on the vibration of the suspension point, moving along an elliptical trajectory, was conducted. The experiment showed that with a vibration of 7.6 revolutions per second along the small ellipse, which is more intense in the horizontal direction, the oscillation period of the pendulum angle increases by 0.033 seconds compared to the pendulum's natural period. In contrast, with vibration more intense in the vertical direction, the period decreases by 0.033 seconds.

Keywords: pendulum, vibrations, stability.

References

1. Kapitsa P.L. Pendulum with a Vibrating Suspension // Physics-Uspekhi. 1951. Vol. 44, No. 5. P. 7–20.
2. Astrakharchik G.E., Astrakharchik N.A. Study of the Kapitsa Pendulum //arXiv preprint arXiv:1103.5981. 2011.
3. Markeev A. P. On the Accuracy of Pendulum Clock Performance on a Vibrating Base // Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Solid Mechanics. 2018. No. 5. P. 112–123.