

УДК 519.6, 539.3

Функция влияния в континуальной модели перидинамики

Дерюгин Ю.Н., Шишканов Д.А.

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет

Аннотация: В работе представлено исследование поведения численной модели перидинамики для различных функций влияния на примере двумерных задачи упругости, имеющей аналитическое решение, и задачи разрушения. Функция влияния используется при определении модели в интегральных соотношениях и описывает поведение нелокальных взаимодействий частиц. Показано, что наилучшая сходимость реализованной модели достигается при использовании функции влияния типа кубический сплайн.

Ключевые слова: перидинамика, механика сплошной среды, горизонт взаимодействия, тензор градиента деформаций, функция влияния.

1. Введение

Перидинамика – альтернативный подход для решения задач механики разрушения твердых тел. Она основана на интегральных уравнениях с целью ухода от пространственных производных, не существующих на поверхностях разрыва в классической теории. Твердое тело представляется набором дискретных частиц, каждая из которых наделена объемом. Предполагается, что частицы в континууме взаимодействуют друг с другом на конечном расстоянии, как в молекулярной динамике, в пределах нелокального масштаба длины δ . Способ взаимодействия частиц называется связью.

Перидинамика, основанная на связи (bond-based), была введена Силингом [1] для описания хрупкого разрушения. В этой модели сила взаимодействия двух частиц линейно зависит от деформации связи. Такая модель используется с ограничениями на свойства материала [2]. Для расширения возможностей перидинамики была разработана модель, основанная на состоянии, которая в свою очередь подразделяется на ordinary state-based (OSB) и non-ordinary state-based (NOSB) модели [3]. В NOSB модели используется формулировка механики сплошной среды (MCC) [4], что позволяет более реалистично моделировать задачи классической теории и избавляет от ограничений, свойственных модели на основе связи.

Вектор силы каждой частицы в NOSB модели зависит от тензора напряжений и нелокального тензора градиента деформаций, который вычисляется в результате интегрирования по дискретной области частиц, взаимодействующих друг с другом посредством связи. Природа взаимодействия не уточняется, поэтому в качестве меры влияния частиц друг на друга используется скалярная функция ω , зависящая от расстояния между частицами [5, 6]. Таким образом, точность численных расчетов зависит от результата численного интегрирования тензора градиента деформаций и от выбора функции влияния ω .

Согласно теории сходимости [7] предельные численные решения уравнения перидинамики будут совпадать с решением уравнения теории упругости при уменьшении

δ , а также при измельчении сетки в механике сплошной среды (МСС) и увеличении числа частиц в дискретной модели. Однако результаты расчетов различаются при конечных размерах сетки и при конечном числе частиц. Для задач упругости можно выбрать любое достаточно малое значение δ , так как с помощью функции влияния корректируется поведение нелокального взаимодействия частиц и результаты моделирования можно согласовывать с экспериментальными данными для любого значения δ . В задачах разрушения чтобы исключить влияние шага сетки на разрывы и не допустить больших диссипаций упругих волн рекомендуется использовать $\delta \approx 3\Delta x$ [2].

В данной работе представлено исследование поведения численной модели перидинамики для различных функций влияния на примере двумерных задач упругости и разрушения.

2. Формулировка перидинамики

Перидинамическая теория, введенная Силингом [1], является нелокальным представлением механики твердого тела. Твердое тело представляется конечным набором частиц, наделенных массой — m_i , плотностью — ρ_i , начальными координатами — $\vec{r}_i^0(x_i^0, y_i^0, z_i^0)$. Движение деформируемой среды характеризуется дискретным вектором смещений — $\vec{u}_i(u_i^x, u_i^y, u_i^z)$. Взаимодействие между частицами осуществляется посредством связи, то есть влияние частиц друг на друга происходит на конечном расстоянии внутри замкнутого горизонта — δ .

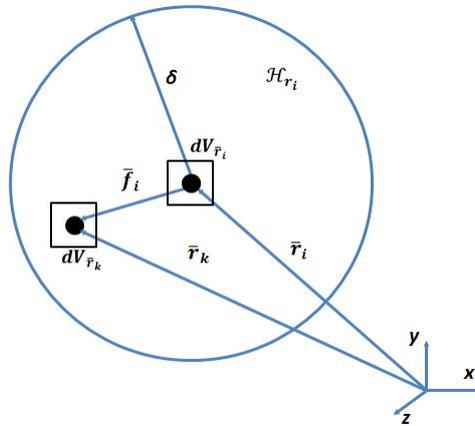


Рис. 1. Взаимодействие частиц в пределах замкнутого горизонта: δ — горизонт взаимодействия; $\vec{r}_i(x_i, y_i, z_i)$, $\vec{r}_k(x_k, y_k, z_k)$ — координаты частиц i и k ; $\mathcal{H}_{\vec{r}_i}$ — множество соседей частицы i ; $dV_{\vec{r}_i}$, $dV_{\vec{r}_k}$ — объемы частиц i и k ; \vec{f}_i — сила, определяющая взаимодействие частиц i и k .

Основное уравнение перидинамики записывается в интегральном виде, что позволяет избежать пространственных производных, не существующих на поверхностях разрыва в МСС. Аппроксимационные свойства метода определяются длиной связи на начальный момент времени $\vec{\xi}_i = \vec{r}_k - \vec{r}_i$, относительным смещением $\vec{\eta}_i = \vec{u}_k - \vec{u}_i$ и относительным положением $\vec{Y}_i = \vec{\xi}_i + \vec{\eta}_i$ на дискретном множестве частиц $\mathcal{H}_{\vec{r}_i} : |\vec{\xi}_i| < \delta$.

Уравнение движения частицы $\vec{r}_i(x_i, y_i, z_i)$ задается в виде

$$\rho_i \ddot{u}(\vec{r}_i, t) = \int_{\mathcal{H}_{\vec{r}_i}} \vec{f}_i(\vec{u}_k - \vec{u}_i, \vec{r}_k - \vec{r}_i) dV_{\vec{r}_k} + \vec{b}(\vec{r}_i, t). \quad (1)$$

где \vec{b} — граничные условия.

Существуют две основные формулировки перидинамики – на основе связи (bond-based) [8] и на основе состояний (state-based) [3]. Континуальная модель (NOSB), исследуемая в данной работе, относится к формулировке на основе состояний и является обобщением рассмотренных ранее моделей [9, 10]. Более подробно теория перидинамики представлена в [11, 12].

3. NOSB модель

Рассматриваемая модель сочетает в себе ключевые особенности МСС и нелокального метода [4]. На первом этапе вычисляется нелокальный тензор градиента деформаций:

$$F_i = \left(\int_{\mathcal{H}_{\vec{r}_i}} \omega(|\vec{\xi}_i|) (\vec{\xi}_i + \vec{\eta}_i) \otimes \vec{\xi}_i dV_{\vec{r}_k} \right) \cdot K_i^{-1}, \quad (2)$$

где $\omega(|\vec{\xi}_i|)$ — функция влияния, K_i — шаровой тензор деформаций:

$$K_i = \int_{\mathcal{H}_{\vec{r}_i}} \omega(|\vec{\xi}_i|) (\vec{\xi}_i \otimes \vec{\xi}_i) dV_{\vec{r}_k}, \quad (3)$$

После этого через тензор градиента скорости деформаций получается тензор напряжений Коши, как показано в (4) – (12). Тензор градиента скорости деформации задается в виде:

$$L_i = \dot{F}_i F_i^{-1}, \quad (4)$$

где \dot{F}_i — производная тензора градиента деформаций по времени:

$$\dot{F}_i = \left(\int_{\mathcal{H}_{\vec{r}_i}} \omega(|\vec{\xi}_i|) \dot{Y}_i \otimes \vec{\xi}_i dV_{\vec{r}_k} \right) \cdot K_i^{-1}. \quad (5)$$

Скорость тензора деформаций описывается симметричной частью тензора градиента скорости:

$$d_i = \frac{1}{2} (L_i + L_i^T). \quad (6)$$

Тензор напряжений Коши обновляется на каждом временном шаге как

$$\sigma_i^{n+1} = \sigma_i^n + \Delta\sigma_i, \quad (7)$$

где $\Delta\sigma_i$ — тензор приращения напряжений.

Тензор приращения напряжений $\Delta\sigma_i$ получается в зависимости от тензора приращения деформаций ΔE_i .

$$\Delta\sigma_i = \lambda_i Tr(\Delta E_i) g_{kl} + 2G_i \Delta E_i, \quad (8)$$

где λ_i — коэффициенты Ламэ, $g_{kl} = \begin{cases} 1, & k = l \\ 0, & k \neq l \end{cases}$ — дельта-функция, G_i — модуль сдвига.

$$\Delta E_i = d_i \cdot \Delta t \quad (9)$$

Подставляя (4) и (6) в (9), получаем зависимость от тензора приращения градиента деформации ΔF_i .

$$\Delta E_i = \frac{1}{2} (\Delta F_i F_i^{-1} + F_i^{-T} \Delta F_i^T). \quad (10)$$

$$\Delta F_i = \left(\int_{\mathcal{H}_{\vec{r}_i}} \omega(|\vec{\xi}_i|) \Delta \vec{Y}_i \otimes \vec{\xi}_i dV_{\vec{r}_k} \right) \cdot K_i^{-1}, \quad (11)$$

где $\Delta \vec{u}_i$ — приращение смещения частицы i :

$$\Delta \vec{u}_i = \Delta \vec{u}_i^{n+1} - \Delta \vec{u}_i^n. \quad (12)$$

Вектор силы \vec{T}_i для каждой частицы в связи задается как:

$$\vec{T}_i = \omega(|\vec{\xi}_i|) P_i K_i^{-1} \vec{\xi}_i, \quad (13)$$

где P_i — первый тензор напряжений Пиолы-Кирхгофа:

$$\vec{P}_i = J \sigma_i F_i^{-T}, \quad J = \det(F_i). \quad (14)$$

Тогда сила парного взаимодействия в связи \vec{f}_i для (1) вычисляется как:

$$\vec{f}_i = \omega(|\vec{\xi}_i|) P_i K_i^{-1} \vec{\xi}_i - \omega(|\vec{\xi}_k|) P_k K_k^{-1} \vec{\xi}_k, \quad (15)$$

где i и k — индексы данной частицы \vec{r}_i и частицы \vec{r}_k из множества соседей $\mathcal{H}_{\vec{r}_i}$ соответственно.

4. Функция влияния

Общая идея перидинамической модели предполагает взаимодействие точек континуума на конечном расстоянии друг от друга посредством связей в пределах заданного горизонта δ . Физическая природа взаимодействия не уточняется, поэтому в качестве меры влияния частиц друг на друга используется скалярная функция $\omega(|\vec{\xi}_i|)$, зависящая от расстояния между частицами [5]. В случае постоянного значения функции, влияние каждой частицы континуума в пределах горизонта взаимодействия будет одинаковым. В данной работе используются функции влияния из таблицы 1 [6]. Поведение каждой функции при увеличении длины связи представлено на рис. (2).

Функция влияния	$\omega\left(\left \vec{\xi}_i\right \right)$
Постоянная	1
Треугольная	$1 - \frac{\left \vec{\xi}_i\right }{\delta}$
Квадратичная	$\left(1 - \left(\frac{\left \vec{\xi}_i\right }{\delta}\right)^2\right)^2$
Полуэллиптическая	$1 - \left(\frac{\left \vec{\xi}_i\right }{\delta}\right)^2$
Экспоненциальная	$e^{-\frac{\left \vec{\xi}_i\right }{\delta}}$
Гауссова	$e^{-\frac{\left \vec{\xi}_i\right ^2}{\delta^2}}$
Кубический сплайн	$\begin{cases} \frac{2}{3} - 4d^2 + 4d^3, & d \leq \frac{1}{2} \\ \frac{4}{3} - 4d + 4d^2 - \frac{4}{3}d^3, & \frac{1}{2} < d \leq 1, \quad d = \frac{\left \vec{\xi}_i\right }{\delta} \\ 0, & d > 1 \end{cases}$
Многочлен четвертой степени	$1 - \left(\frac{\left \vec{\xi}_i\right }{\delta}\right)^4$
Многочлен шестой степени	$\left(1 - \left(\frac{\left \vec{\xi}_i\right }{\delta}\right)^2\right)^3$
Косинус	$\cos\left(\frac{\pi \left \vec{\xi}_i\right }{2\delta}\right)$

Таблица 1. Функции влияния $\omega\left(\left|\vec{\xi}_i\right|\right)$

5. Численное интегрирование уравнения движения

При численном интегрировании, уравнения движения (1) аппроксимируются дискретными объемами частиц в пределах горизонта взаимодействия и записываются в виде

$$\rho_i \vec{u}_i^n = \sum_{k \in \mathcal{H}_{\vec{r}_i}} \vec{f}_i(\vec{u}_k^m - \vec{u}_i^m, \vec{r}_k^0 - \vec{r}_i^0) \Delta V_k + \vec{b}_i^n \quad (16)$$

Предположим, что $\delta \approx 3\Delta x$, тогда в (16) суммирование идет по всем частицам из $\mathcal{H}_{\vec{r}_i}$ (см. рис. 3а). Учитывая, что в классической теории область интегрирования сплошная (см. рис. 3б), то для повышения точности численных расчетов необходимо корректировать объемы граничных частиц области интегрирования [11], [12]. В работе используется линейная масштабирующая функция:

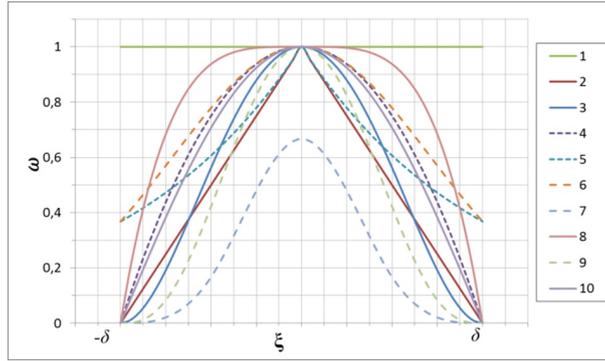


Рис. 2. Функции влияния из таблицы 1: 1 — постоянная; 2 — треугольная; 3 — квадратичная; 4 — кубическая; 5 — экспоненциальная; 6 — гауссова; 7 — кубический сплайн; 8 — многочлен четвертой степени; 9 — многочлен шестой степени; 10 — косинус.

$$k(\vec{\xi}_i) = \begin{cases} \frac{\delta + \frac{\Delta x}{2} - |\vec{\xi}_i|}{\Delta x}, & \delta - \frac{\Delta x}{2} \leq |\vec{\xi}_i| \leq \delta \\ 1, & |\vec{\xi}_i| \leq \delta - \frac{\Delta x}{2} \\ 0, & |\vec{\xi}_i| > \delta \end{cases} \quad (17)$$

Таким образом, дискретный объем в (16) примет вид:

$$\Delta V_k = k(\vec{\xi}_i) \cdot \Delta x^3 \quad (18)$$

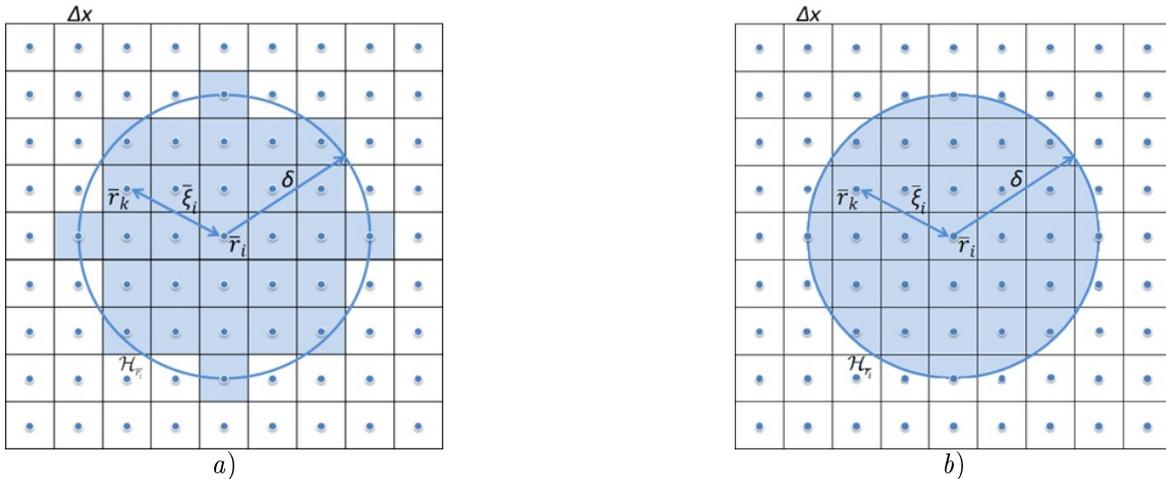


Рис. 3. Объемы частиц области интегрирования частицы i : а) в перидинамике, б) в классической теории.

6. Алгоритм разрыва связи

Частица \vec{r}_i взаимодействует со всеми своими соседями из $\mathcal{H}_{\vec{r}_i}$ пока максимальное главное напряжение связи σ_{ij}^I (19) не достигает критического значения (рис. 4а) [13]. Вектора сил взаимодействующих частиц в связи вычисляются на каждом временном

шаге в зависимости от градиента деформаций – функции относительных смещений. После достижения критического значения напряжения, взаимодействие прекращается (рис. 4b) и тензор градиента деформации вычисляется уже без учета влияния той частицы, с которой связь разорвана.

$$\sigma_{ij}^I = \frac{1}{2} (\sigma_{ij}^{11} + \sigma_{ij}^{22}) + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{ij}^{11} - \sigma_{ij}^{22}}{2}\right)^2 + (\sigma_{ij}^{12})^2}, \quad (19)$$

где $\sigma_{ij} = \frac{1}{2} (\sigma_i + \sigma_j)$ – тензор напряжений связи, j – индекс частицы из $\mathcal{H}_{\vec{r}_i}$, σ_{ij}^{11} , σ_{ij}^{22} , σ_{ij}^{12} – компоненты тензора напряжений связи.

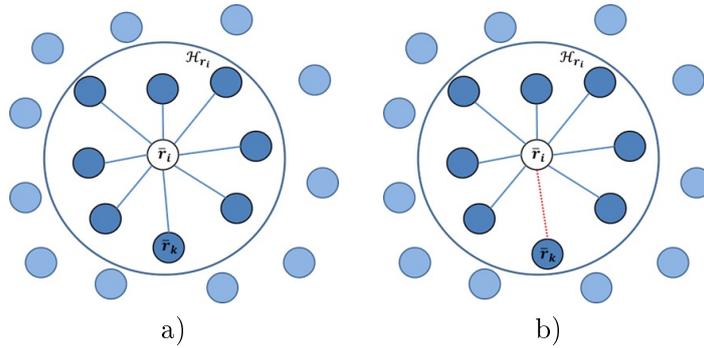


Рис. 4. Схема взаимодействующих частиц: а) – взаимодействие со всеми частицами из $\mathcal{H}_{\vec{r}_i}$; б) – взаимодействие с частицами из $\mathcal{H}_{\vec{r}_i}$, за исключением \vec{r}_k .

7. Тестовые расчеты

Дискретная модель является нелокальной теорией с масштабом длины δ . Ранее рассмотрена сходимость метода перидинамики на примере задачи упругости при уменьшении δ , увеличении числа частиц [9] и показана зависимость результатов моделирования от выбора функции влияния [10] для модели на основе связи. При использовании NOSB модели возникает численная неустойчивость, связанная с аппроксимацией нелокального тензора градиента деформации [14]. Существует несколько способов повышения точности численных расчетов [15–17]. В данной работе исследуется поведение результатов моделирования при использовании функций влияния из таблицы 1 на примере задачи с аналитическим решением и тестовой задачи хрупкого разрушения.

8. Задача о растяжении двумерного стержня

Тонкий стержень подвергается растяжению с левого конца при фиксированном правом. Начальная постановка задачи и аналитическое решение взяты из [15]. Используются безразмерные величины. Длина стержня $L = 100$, ширина $H = 10$.

Свойства материала: модуль Юнга $E = 100$, коэффициент Пуассона $\nu = 0$, плотность $\rho = 1$. Граничные условия применяются для одного слоя частиц с каждого конца стержня как показано на рис. 5. К левому концу прикладывается постоянное давление $P = -1$.

Параметры дискретной модели выбраны следующие: шаг сетки $\Delta x = 0.2$, горизонт взаимодействия $\delta = 3.015\Delta x$, временной шаг $\Delta t = 0.001$, конец счета при

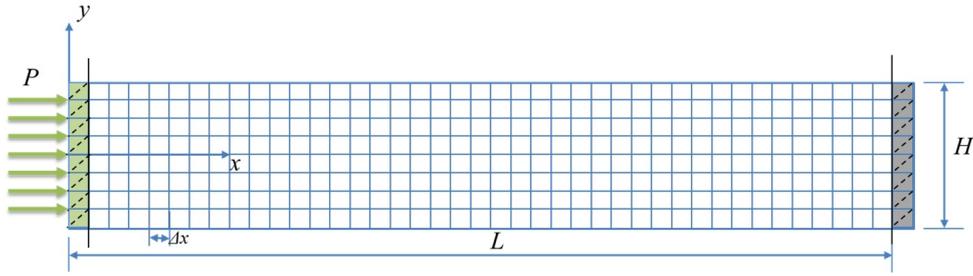


Рис. 5. Геометрия задачи и граничные условия

$t = 20$.

Данная задача рассматривается при условии плоского напряжения. Результаты численного моделирования сравниваются с аналитическим решением из [15].

Используются графики смещения и напряжения вдоль оси Ox на момент времени $t = 4$ (рис. 6), смещения и напряжения частицы в сечении $x = L/2$ на всем временном интервале (рис. 8), а также диаграмма среднеквадратичного отклонения смещения от аналитического решения (рис. 7).

В расчетах исследуется поведение модели при использовании функций влияния из таблицы 1. Вблизи области приложения растягивающей силы видно скачкообразное поведение смещения частиц с постепенным затуханием по мере удаления от границы (рис. 6а,с). Наименьшая амплитуда возмущений наблюдается при использовании кубического сплайна (рис. 6с). По графикам и среднеквадратичному отклонению смещения от эталона (рис. 6, 7) видно, что использование функций влияния типа кубический сплайн и многочлена шестой степени дают наилучшее приближение к аналитическому решению. На рис. 8 представлены зависимости смещения и напряжения частицы в сечении $x = L/2$ от времени.

9. Задача разрушения пластины с начальным дефектом в виде горизонтальной трещины

Начальная геометрия и постановка задачи взяты из [13] и представлены на рис. 9. Длина пластины $L = 0.1$ м, ширина $h = 0.04$ м, длина горизонтальной трещины $d = 0.05$ м.

Свойства материала: используется стекло с модулем Юнга $E = 65$ ГПа, коэффициентом Пуассона $\nu = 0.2$ и плотностью $\rho = 2235$ кг/м³.

Локальное повреждение ϕ_i задается в виде:

$$\phi_i = 1 - \frac{\int_{\mathcal{H}_{\vec{r}_i}} \mu(\vec{r}_i, t, \vec{\xi}_i) dV_{\vec{r}_k}}{\int_{\mathcal{H}_{\vec{r}_i}} dV_{\vec{r}_k}}, \quad (20)$$

где μ — функция, задающая положение частицы:

$$\mu(\vec{r}_i, t, \vec{\xi}_i) = \begin{cases} 1, & \sigma_{ij}^I < f_t \quad \forall 0 \leq t' \leq t \\ 0, & \sigma_{ij}^I \geq f_t \quad \forall 0 \leq t' \leq t \end{cases}, \quad (21)$$

где $f_t = 10$ МПа — критическое значение напряжения связи.

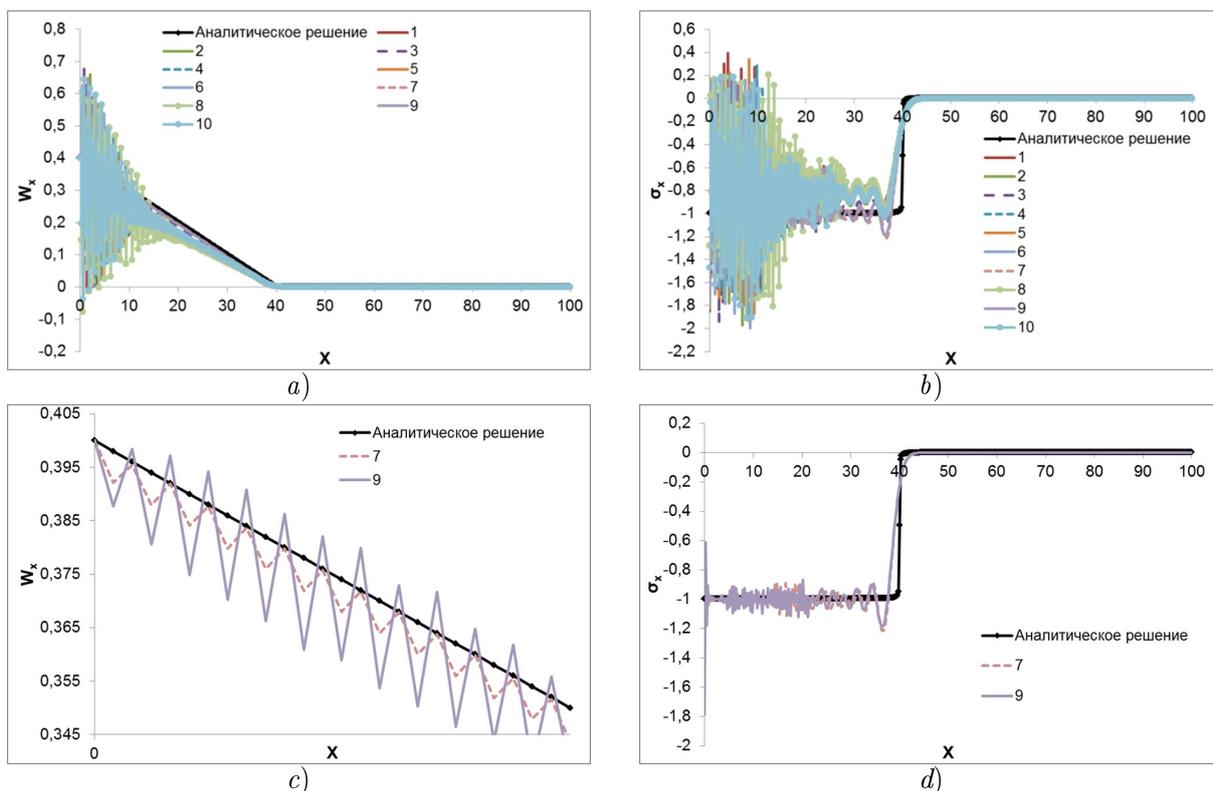


Рис. 6. Смещение (а, с) и напряжение (b, d) вдоль оси Ox в момент времени $t = 4$ для функций влияния из таблицы 1: 1 — постоянная; 2 — треугольная; 3 — квадратичная; 5 — экспоненциальная; 6 — гауссова; 7 — кубический сплайн; 8 — многочлен четвертой степени; 9 — многочлен шестой степени; 10 — косинус.

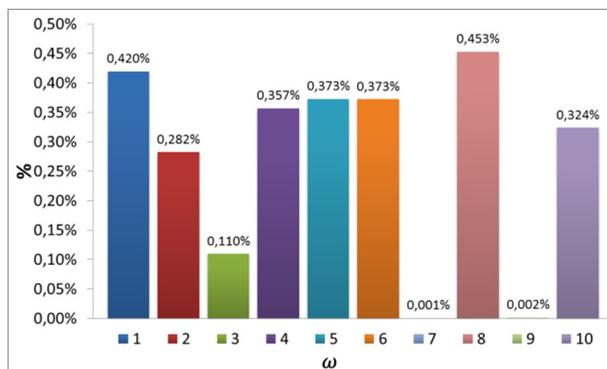


Рис. 7. Среднеквадратичное отклонение смещения от эталона в момент времени $t = 4$ для функций влияния из таблицы 1: 1 — постоянная; 2 — треугольная; 3 — квадратичная; 5 — экспоненциальная; 6 — гауссова; 7 — кубический сплайн; 8 — многочлен четвертой степени; 9 — многочлен шестой степени; 10 — косинус.

Прикладываемая нагрузка $\sigma_0 = 1$ МПа.

Горизонт взаимодействия $\delta = 3.015\Delta x$, шаг сетки $\Delta x = 5 \cdot 10^{-4}$ м, число частиц $N = 16000$, временной шаг $\Delta t = 0.01$ мкс. Конец счета при $t = 60$ мкс.

Проведено два расчета с функциями влияния типа кубический сплайн и многочленом шестой степени. На рис. 10 изображены растровые картины эволюции трещины для каждого расчета. Наблюдаются процессы зарождения, линейного распространения и ветвления трещины. Видно, что распространение повреждений проте-

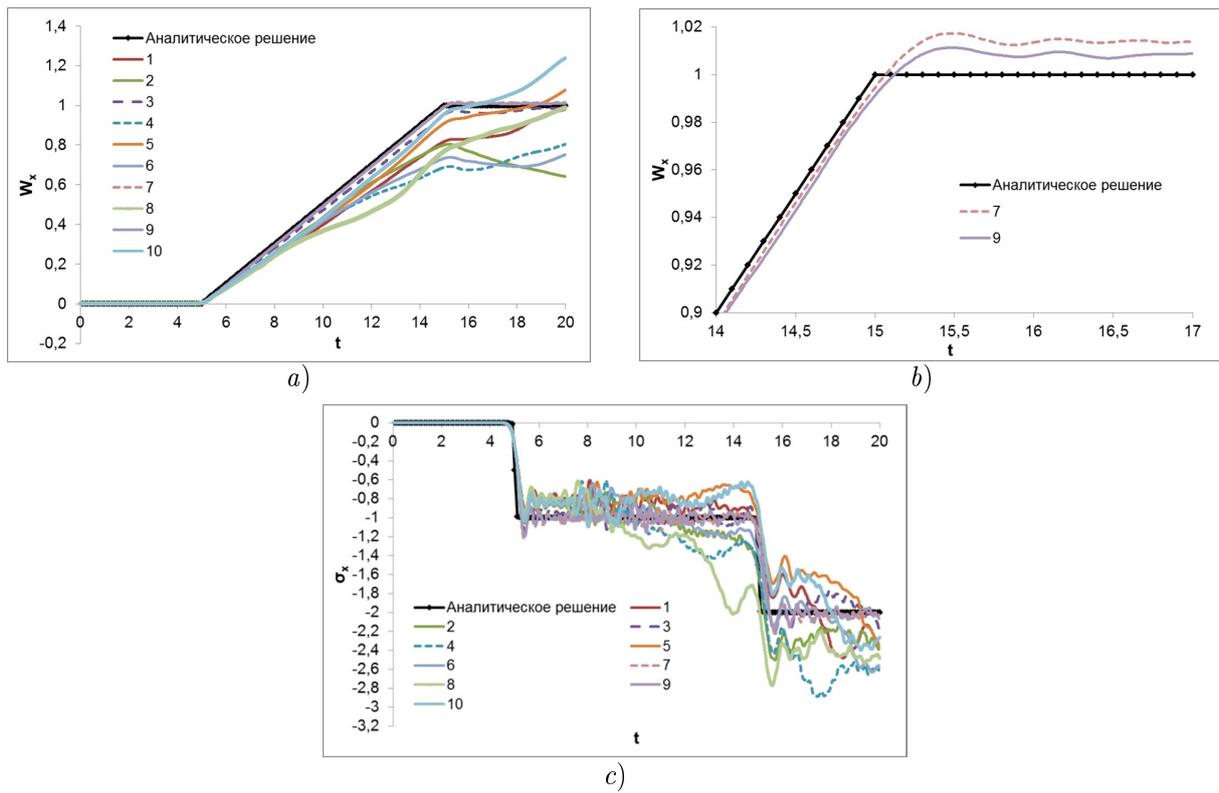


Рис. 8. Зависимость смещения (а, б) и напряжения (с) частицы в сечении $x = L/2$ от времени для функций влияния из таблицы 1: 1 — постоянная; 2 — треугольная; 3 — квадратичная; 5 — экспоненциальная; 6 — гауссова; 7 — кубический сплайн; 8 — многочлен четвертой степени; 9 — многочлен шестой степени; 10 — косинус.

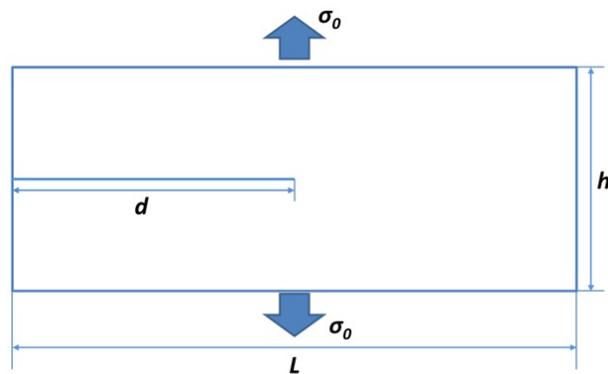


Рис. 9. Геометрия задачи и условия нагрузки для прямоугольной пластины

кает с разной скоростью для разных функций влияния (рис. 11). Наилучшая картина разрушения наблюдается при использовании функции влияния типа кубический сплайн (рис. 10, 12b). Качественное сравнение результатов моделирования с экспериментом [18] (рис. 12) показывает адекватное поведение разрушения с сохранением осевой симметрии при более медленном распространении трещины (рис 11).

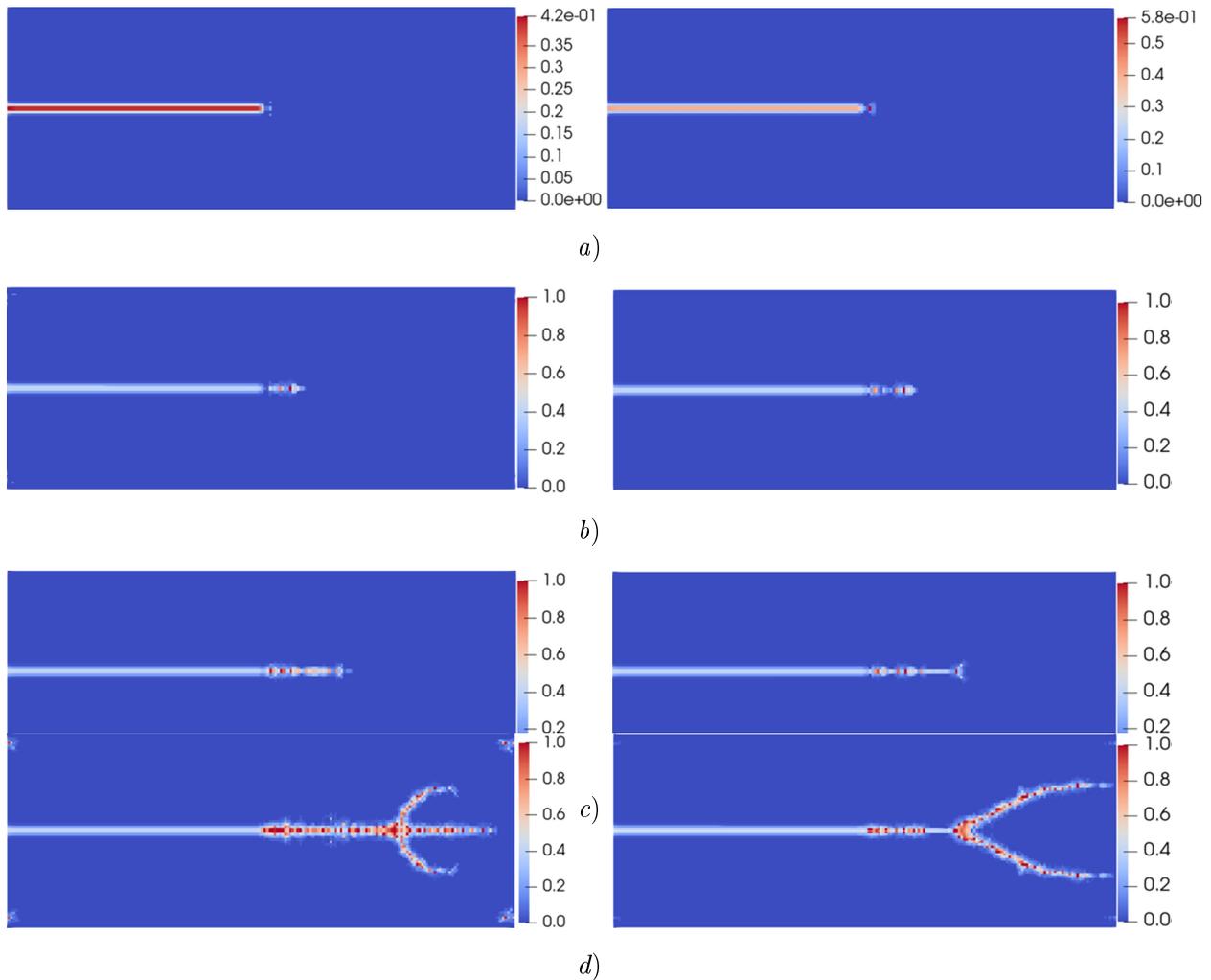


Рис. 10. Картина разрушения пластины на времена для функций влияния типа многочлена шестой степени (первый столбец) и кубический сплайн (второй столбец): а) $t = 10$ мкс; б) $t = 20$ мкс; в) $t = 29$ мкс; д) $t = 60$ мкс.

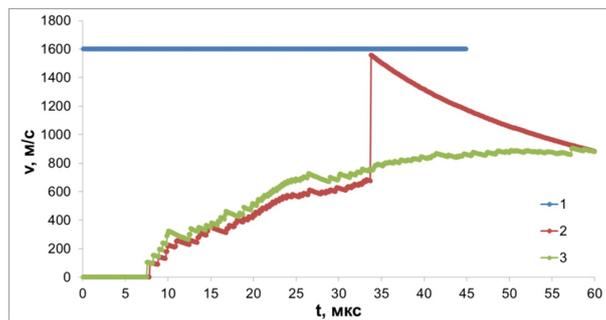


Рис. 11. Скорость распространения трещины: 1 — эксперимент [18]; 2 — NOSB модель с многочленом шестой степени; 3 — NOSB модель с кубическим сплайном.

10. Заключение

Результаты проделанной работы показали, что использование функции влияния типа кубический сплайн в NOSB модели перидинамики дает сходимость реализованной модели к аналитическому решению для двумерной задачи упругости с погреш-

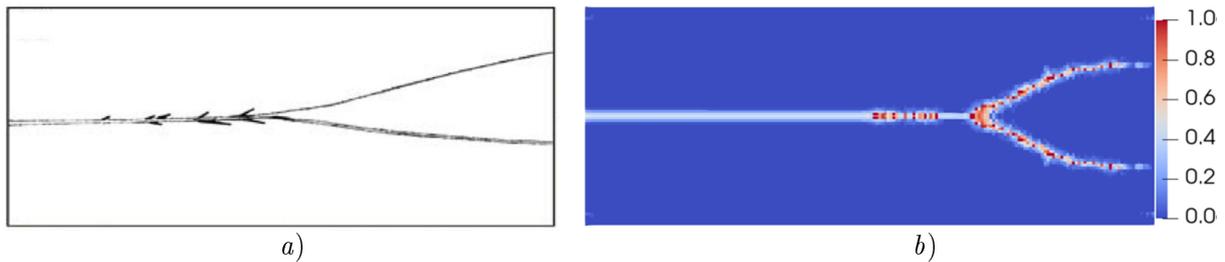


Рис. 12. Сравнение картин разрушения пластины: а) эксперимент [18]; б) NOSH модель с функцией влияния типа кубический сплайн.

ностью 0.001%, адекватное поведение эволюции разрушения пластины и сохранение осевой симметрии ветвления трещины. При этом наблюдается медленное распространение разрушения, связанное с потерей энергии при численном интегрировании основных выражений перидинамики.

Литература

1. Silling S.A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces // *Journal of Mechanics and Physics of Solids*. 2000. Vol. 48, Iss.1. P. 175–209.
2. Silling S.A., Askari E.A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics // *Computers and Structures*. 2005. Vol. 83, Iss. 17-18. P. 1526–1535
3. Silling S.A., Epton M., Weckner O., Xu J. Askari E Peridynamic states and constitutive modeling // *University of Nebraska – Lincoln*. 2007. Vol. 34.
4. Foster T. Dynamic crack initiation toughness: experiments and peridynamic modeling // *Purdue University, West Lafayette. Ind, USA*. 2009. Vol. 34.
5. Chen Z., Ju J. W., Su G., Huang X., Li S., Zhai L. Influence of micro-modulus functions on peridynamics simulation of crack propagation and branching in brittle materials // *Engineering Fracture Mechanics*. 2019. Vol. 216
6. Li S., Jin Y., Huang X., Zhai L. An extended bond-based peridynamic approach for analysis on fracture in brittle materials // *Mathematical Problems in Engineering*. 2020. Vol. 12. P. 1-12.
7. Silling S.A., Lehoucq R.B. Convergence of Peridynamics to Classical Elasticity Theory Sandia National Laboratories. 2007. Vol. 25.
8. Liu W. Discretized bond-based peridynamics for solid mechanics // *Michigan State University*. 2012. Vol. 213.
9. Шишканов Д.А., Ветчинников М.В., Дерюгин Ю.Н. Метод перидинамики для решения задач разрушения твердых тел // *Журнал Средневолжского математического общества*. 2022. Т. 24, № 4. С. 452–468. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.24.202204.452-468>
10. Дерюгин Ю.Н., Ветчинников М.В., Шишканов Д.А. Исследование различных функций влияния в перидинамике // *Журнал Средневолжского*

математического общества. 2023. Т. 25, № 4. С. 342–360. DOI:
<https://doi.org/10.15507/2079-6900.25.202304.342-360>

11. Siling S.A., Geubelle P.H., Foster J.T., Bobaru F. Handbook of Peridynamic Modeling // CRC Press by Taylor and Francis Group, LLC. 2017. Vol. 568.
12. Erdogan M., Erkan O. Peridynamic Theory and Its Applications // New York: Springer. 2014. Vol. 284.
13. Zhou X., Wang Y., Qian Q. Numerical simulation of crack curving and branching in brittle materials under dynamic loads using the extended non-ordinary state-based peridynamics // European Journal of Mechanics A/Solids. 2016. Vol. 23. P. 277-299.
14. Erdogan Madenci, Barut A., Futch M. Peridynamic differential operator and its applications // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2016. Vol. 304. P. 408-451.
15. Gu X., Zhang Q., Yu Y. An effective way to control numerical instability of a nonordinary state-based peridynamic elastic model // Department of Engineering Mechanics. 2017. Vol. 8.
16. Yaghoobi A., Chorzepa MG. Higher-order approximation to suppress the zero-energy mode in non-ordinary state-based peridynamics // Computers and Structures. 2017. Vol. 18. P. 63-79.
17. Becker R., Lucas R.J., An assessment of peridynamics for pre and post failure deformation // Tech. rep., DTIC Document. 2011. Vol. 45.
18. Ravi-Chandar K., Knauss W.G. An experimental investigation into dynamic fracture: II. Microstructural aspects. // Int. J. Fract. 1984. Vol. 26. P. 65-80.

MSC 45K05

Influence function in the continuum model of peridynamics

Yu.N. Deryugin, D.A. Shishkanov

National Research Mordovia State University

Abstract: The paper presents a study of the behavior of a numerical model of peridynamics for various influence functions using the example of two-dimensional elasticity problems with an analytical solution and fracture problems. The influence function is used to define the model in integral relations and describes the behavior of non-local particle interactions. It is shown that the best convergence of the implemented model is achieved by using the cubic spline type influence function.

Keywords: peridynamics, continuum mechanics, interaction horizon, strain gradient tensor, influence function.

References

1. Silling S.A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces // Journal of Mechanics and Physics of Solids. 2000. Vol. 48, Iss.1. P. 175–209.
2. Silling S.A., Askari E.A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics // Computers and Structures. 2005. Vol. 83, Iss. 17-18. P. 1526–1535
3. Silling S.A., Epton M., Weckner O., Xu J. Askari E Peridynamic states and constitutive modeling // University of Nebraska – Lincoln. 2007. Vol. 34.
4. Foster T. Dynamic crack initiation toughness: experiments and peridynamic modeling // Purdue University, West Lafayette. Ind, USA. 2009. Vol. 34.
5. Chen Z., Ju J. W., Su G., Huang X., Li S., Zhai L. Influence of micro-modulus functions on peridynamics simulation of crack propagation and branching in brittle materials // Engineering Fracture Mechanics. 2019. Vol. 216
6. Li S., Jin Y., Huang X., Zhai L. An extended bond-based peridynamic approach for analysis on fracture in brittle materials // Mathematical Problems in Engineering. 2020. Vol. 12. P. 1-12.
7. Silling S.A., Lehoucq R.B. Convergence of Peridynamics to Classical Elasticity Theory Sandia National Laboratories. 2007. Vol. 25.
8. Liu W. Discretized bond-based peridynamics for solid mechanics // Michigan State University. 2012. Vol. 213.
9. Shishkanov D.A., Vetchinnikov M.V., Deryugin Yu. N. Peridynamics method for problems solve of solids destruction. // Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva. 2022. T. 24, № 4. P. 452–468. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.24.202204.452-468>
10. Deryugin Yu.N., Vetchinnikov M.V., Shishkanov D.A. Investigation of different influence functions in peridynamics. // Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo

obshchestva. 2023. Т. 25, № 4. P. 342–360. DOI:
<https://doi.org/10.15507/2079-6900.25.202304.342-360>

11. Siling S. A., Geubelle P.H., Foster J.T., Bobaru F. Handbook of Peridynamic Modeling // CRC Press by Taylor and Francis Group, LLC. 2017. Vol. 568.
12. Erdogan M., Erkan O. Peridynamic Theory and Its Applications // New York: Springer. 2014. Vol. 284.
13. Zhou X., Wang Y., Qian Q. Numerical simulation of crack curving and branching in brittle materials under dynamic loads using the extended non-ordinary state-based peridynamics // European Journal of Mechanics A/Solids. 2016. Vol. 23. P. 277-299.
14. Erdogan Madenci, Barut A., Futch M. Peridynamic differential operator and its applications // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2016. Vol. 304. P. 408-451.
15. Gu X., Zhang Q., Yu Y. An effective way to control numerical instability of a nonordinary state-based peridynamic elastic model // Department of Engineering Mechanics. 2017. Vol. 8.
16. Yaghoobi A., Chorzepa MG. Higher-order approximation to suppress the zero-energy mode in non-ordinary state-based peridynamics // Computers and Structures. 2017. Vol. 18. P. 63-79.
17. Becker R., Lucas R.J., An assessment of peridynamics for pre and post failure deformation // Tech. rep., DTIC Document. 2011. Vol. 45.
18. Ravi-Chandar K., Knauss W.G. An experimental investigation into dynamic fracture: II. Microstructural aspects. // Int. J. Fract. 1984. Vol. 26. P. 65-80.