

УДК 519.63

Сравнение методов моделирования взаимодействия ударной волны и покоящегося газа в задаче о развитии неустойчивости Рихтмайера-Мешкова*

Григорьев В.В., Жалнин Р.В.

ФГБУН Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН

Аннотация: При кратковременном боковом воздействии ударной волны на контактный разрыв между газами разной плотности начинает развиваться гидродинамическая неустойчивость (неустойчивость Рихтмайера-Мешкова), переходящая стадию турбулентного перешивания газов. В текущей работе производится сравнение результатов численного решения этой задачи в конкретной двухмерной постановке различными газодинамическими кодами. Эти коды реализуют идеологически разные подходы к решению уравнений газодинамики: различные вариации годуновских схем и SPH-подход. Для исследования точности расчетов турбулентных течений были применены различные схемы WENO в годуновских схемах, а в случае SPH – разные ядра сглаживания. Численное решение задачи производилось в параллельном режиме на видеокартах и компьютере с распределенной памятью.

Ключевые слова: численная газодинамика, годуновские схемы, неустойчивость Рихтмайера-Мешкова, WENO, SPH.

1. Математическая модель, начальные и граничные условия

Будем исследовать развитие неустойчивости Рихтмайера-Мешкова, численно решая стандартные уравнения газодинамики (уравнения неразрывности, движения и сохранения энергии) в двухмерной расчетной области, изображенной на рис. 1. Они замыкаются уравнением состояния идеального газа с $\gamma = 1.4$.

Слева в расчетную область, окруженную тремя стенками, входит ударная волна (SW) с параметрами (величины указаны в СИ): плотность 1.6672, горизонтальная скорость 133.273, давление 163256.0. Изначально внутри расчетной области покоится газ плотности $\rho_0 = 1.53$, и давления 96856.0, а также два параллелепипеда более тяжелого газа с плотностью $\rho = 6.03$ и давлением 96856.0.

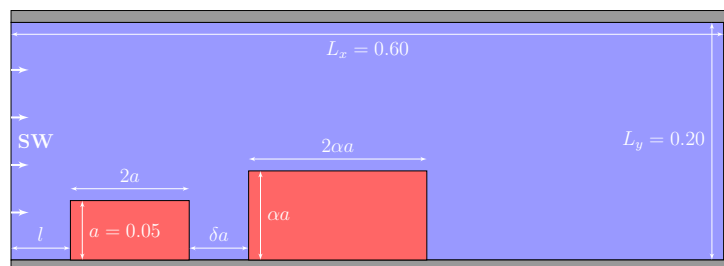


Рис. 1. Начальные условия в задаче. Все величины приведены в системе СИ.

*Исследование выполнено за счет средств гранта РНФ № 23-11-00142.

2. Схемы расчета

2.1. Самописный годуновский код с WENO5 на GPU

Был реализован конечно-объемный метод годуновского типа [1] для расчета на видеокартах. Для реконструкции решения на границах между ячейками использовались реконструкции WENO 5-го порядка точности [2] и линейная реконструкция с ограничителем `minmod` [3]. Для решения задачи Римана о распаде разрыва использовался солвер `hllc`.

2.2. PLUTO с LimO3, WENOZ

В арсенале открытого численного пакета PLUTO [4], реализующего годуновские схемы расчетов [5], есть несколько вариантов реконструкции макропараметров в пределах одной ячейки. Были выбраны доступные реконструкции третьего и пятого порядков. Интегрирование по времени производилось методом Рунге-Кутты 3-го порядка точности. Задача Римана о распаде разрыва аппроксимационно решалась солвером `hllc`.

2.3. OpenFPM: SPH с ядрами M_4 и Wendland C4O4

Численный пакет OpenFPM [6] предоставляет возможность параллельных расчетов для решения самых разных задач в рамках различных подходов [7], в частности – Smooth Particle Hydrodynamics (SPH).

SPH использует ядро сглаживания для интерполяции макропараметров газа по пространству. В рамках данного исследования было выбрано два ядра: «стандартный» кубический сплайн (оно же ядро M_4) и ядро Вендланда C4O4 (четвертый порядок гладкости и ошибки). Радиус ядра брался одинаковым для каждого разрешения, в самой разреженной области в ядро сглаживания попадало не менее 50 частиц согласно начальным условиям.

Кроме того, итоговый результат расчетов был интерполирован на сетку с размером ячейки, равной длине сглаживания, а также более мелкой. Тем самым проверялась гипотеза о разрешении более мелких вихрей, нежели позволяет исходное распределение SPH-частиц.

3. Результаты и анализ

На рис. 2 представлено распределение плотности в момент времени 5 мс от начала расчетов с использованием различных методов, описанных выше, с разрешением 320 ячеек или частиц (160 в случае ядра M_4) по вертикали для плотности ρ_0 .

Из рис. 2 видно, что результаты качественно согласуются друг с другом, но фактически картина отличается в деталях. В расчетах SPH использовалась искусственная вязкость, что, вероятно, повлияло на число наблюдаемых деталей.

На рис. 3 представлены энергетические спектры турбулентности в расчетной области. SPH-расчеты были интерполированы с указанной длины сглаживания на более мелкую сетку (указан размера ячейки).

Из рис. 3 заметно, что SPH-расчеты позволяют довольно хорошо показать инерционную область спектра с наклоном $q^{-5/3}$ (q – пространственная частота вихрей), а методы конечных объемов дают несколько меньший наклон. Кроме того, интерполяция SPH на более мелкую сетку позволяет экстраполировать энергетический спектр

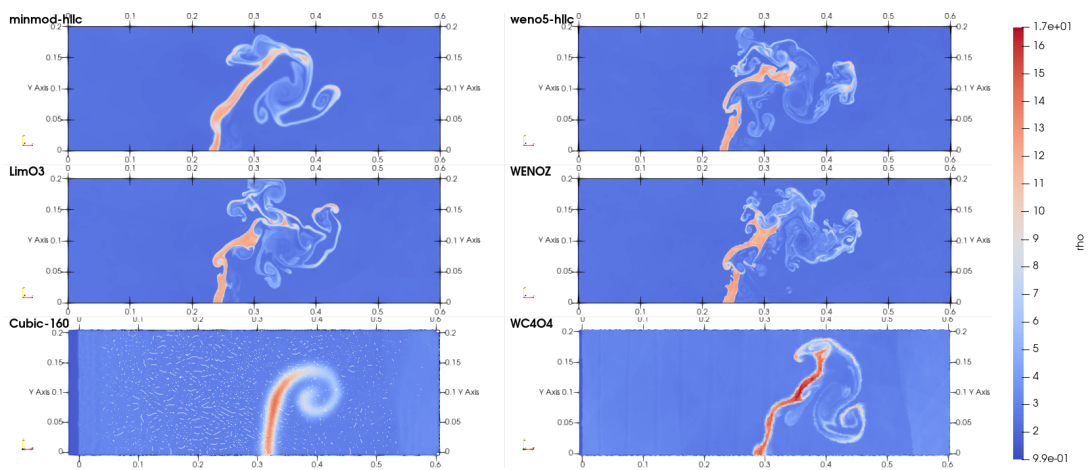


Рис. 2. Распределение плотности (ρ) в расчетной области на момент времени 5 мс.

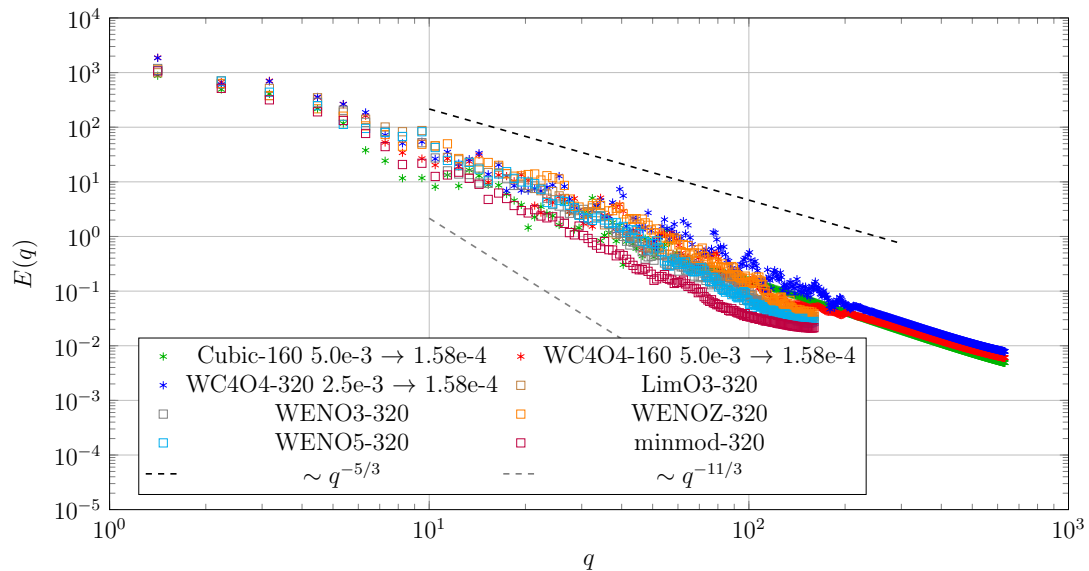


Рис. 3. Энергетические спектры турбулентности.

в область более высоких пространственных частот.

Литература

1. Жалнин Р.В. О построении параллельного вычислительного алгоритма для прямого численного моделирования сложных газодинамических течений // Труды Средневолжского математического общества. 2008. Т. 10, № 1. С. 137–146.
2. Jiang G.-S., Shu C.-W. Efficient implementation of weighted ENO schemes // Journal of Computational Physics. 1996. 126. P. 202–228. DOI: 10.1006/jcph.1996.0130
3. Тишкин В.Ф., Никишин В.В., Попов И.В., Фаворский А.П. Разностные схемы трехмерной газовой динамики для задачи о развитии неустойчивости Рихтмайера–Мешкова // Матем. моделирование. 1995. Т. 7, № 5. С. 15–25.

4. <https://plutocode.ph.unito.it/>
5. Mignone A., Bodo G., Massaglia S., et al. PLUTO: A Numerical Code for Computational Astrophysics // The Astrophysical Journal Supplement Series. 2007. 170, 228. DOI:10.1086/513316
6. <http://openfpm.mpi-cbg.de/>
7. Incardona P., Leo A., Zaluzhnyi Ya., Ramaswamy R., Sbalzarini I.F. OpenFPM: A scalable open framework for particle and particle-mesh codes on parallel computers // Computer Physics Communications. 2019. 241. DOI: 10.1016/j.cpc.2019.03.007.

MSC 65C20

Comparison of methods for modeling the interaction of a shock wave and a stationary gas in the problem of the development of Richtmayer-Meshkov instability

V.V. Grigoryev, R.V. Zhalnin

Lavrentyev Institute of Hydrodynamics SB RAS

Abstract: With a short-term lateral impact of a shock wave on the contact gap between gases of different densities, hydrodynamic instability (Richtmayer-Meshkov instability) begins to develop, passing through the stage of turbulent cross-linking of gases. In the current work, the results of the numerical solution of this problem in a specific two-dimensional formulation by various gas dynamic codes are compared. These codes implement ideologically different approaches to solving the equations of gas dynamics: the discontinuous Galerkin method, various variations of Godunov schemes, and the SPH approach. To study the accuracy of calculations of turbulent flows, various WENO schemes in Godunov schemes were used, and in the case of SPH, different smoothing kernels were used. The numerical solution of the problem was performed in parallel mode on video cards and a computer with distributed memory.

Keywords: numerical gas dynamics, Godunov schemes, Richtmayer-Meshkov instability, WENO, SPH.

References

1. Zhalnin R.V. On the construction of parallel computing algorithm for direct numerical simulation of complex gas dynamic flows // Proceedings of the Middle Volga Mathematical Society. 2008. V. 10, No. 1. P. 137–146.
2. Jiang G.-S., Shu C.-W. Efficient implementation of weighted ENO schemes // Journal of Computational Physics. 1996. 126. P. 202–228. DOI: 10.1006/jcph.1996.0130
3. Тишкин В.Ф., Никишин В.В., Попов И.В., Фаворский А.П. Разностные схемы трехмерной газовой динамики для задачи о развитии неустойчивости Рихтмайера–Мешкова // Матем. моделирование. 1995. Т. 7, № 5. С. 15–25.
4. <https://plutocode.ph.unito.it/>
5. Mignone A., Bodo G., Massaglia S., et al. PLUTO: A Numerical Code for Computational Astrophysics // The Astrophysical Journal Supplement Series. 2007. 170, 228. DOI:10.1086/513316
6. <http://openfpm.mpi-cbg.de/>
7. Incardona P., Leo A., Zaluzhnyi Ya., Ramaswamy R., Sbalzarini I.F. OpenFPM: A scalable open framework for particle and particle-mesh codes on parallel computers // Computer Physics Communications. 2019. 241. DOI: 10.1016/j.cpc.2019.03.007