

УДК 519.633.6+536.21+538.945

Математическое моделирование равновесной намагниченности в осесимметричных жестких сверхпроводниках

Кузьмичев Н. Д., Шушпанов А. А., Васютин М. А.

Национальный исследовательский
Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарёва

Аннотация: В данной работе представлены результаты численного моделирования для жестких сверхпроводников 2-го рода. Для результатов, схожих с гранульными образцами, форма исследуемых образцов была выбрана шарообразная. Расчет проводился на основе уравнений электродинамики и моделей критического состояния сверхпроводников. Распределение тока в образцах рассчитывается итерационно с помощью численного интегрирования «уравнения движения тока». Основной акцент в работе сделан на рассмотрении равновесных и неравновесных зон в сверхпроводнике. Получены петли намагниченности для мелких гранул разного размера, а также намагниченность приповерхностных слоев.

Ключевые слова: жёсткие сверхпроводники второго рода, критическое состояние, численное интегрирование

Для сверхпроводников с плотной однородной структурой моделирование поведения в магнитном поле оказывается более простой задачей, нежели для гранулярных керамических образцов. Сложность заключается в наличии тонкой области порядка $\lambda \sim 10^{-8}$ м, называемой лондоновской глубиной проникновения. Магнитные вихри не закрепляются в приповерхностной области сверхпроводящего материала, а их количество пропорционально внешнему полю. В итоге полученная область обладает магнитным полем, всегда направленным против внешнего. При малых размерах гранул (сопоставимых с размером глубины проникновения) магнитный момент приповерхностной области начинает существенно сказываться на процессах перемагничивания образца, в частности вносится асимметрия в форму петель намагниченности и магнитного момента относительно оси абсцисс.

В данной работе проведен расчет петель намагниченности с учетом равновесной области.

Рассматривается изотропный локальный случай $\mathbf{B}(\mathbf{H}) = \mu_0 \mathbf{H}$ и вольтамперную характеристику $\mathbf{E} = E(J)\mathbf{J}/J$, где $\mathbf{H}$ – напряженность внешнего магнитного поля и $\mathbf{E}$ – напряженность электрического поля, созданная внутри сверхпроводника изменяющимся магнитным потоком. Удельное сопротивление ρ аппроксимируем степенной функцией

$$\rho = E(J)/J = E_c(J/J_c)^n/J, \quad (1)$$

где $n \geq 1$. Границы образца: $b \geq y \geq -b$, $r = (x^2 + y^2)^{0.5} \leq a(y)$, где $a(y)$ – функция границы. Основное уравнение движения плотности тока, интегральное по координатам и дифференциальное по времени, приведено в работах [1, 2] и имеет вид:

$$\frac{dJ(\mathbf{r}, t)}{dt} = \mu_0^{-1} \int_0^a dr \int_0^b dy Q_{cyl}^{-1}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \left[E(J) - \frac{r'}{2} \dot{B}_a \right]. \quad (2)$$

Здесь $B_a = B_a(t)$ — индукция внешнего приложенного магнитного поля, меняющаяся от времени t по заданному закону, например, гармоническому или линейному, а $Q_{cyl}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ — ядро интегрального уравнения, выраженное через эллиптические функции [2, 3].

Петли намагниченности состоят из пяти участков: рост внешнего поля от 0 до H_{max} (начальная намагниченность), спад с H_{max} до 0, рост поля в противоположном направлении от 0 до H_{max} (в проекции на ось y дальнейший спад от 0 до $-H_{max}$), спад внешнего поля с H_{max} до 0 и рост в прямом направлении до H_{max} . На 1, 2 и 5 участках внешнее поле направлено вдоль оси y , на участках 3, 4 — против. В отличие от прошлых результатов моделирования [2, 3] на участках 2 и 4 направление изменения внешнего поля не совпадает с его абсолютным направлением, что должно отразиться на методе расчета. Для этого на первом участке в программе сохраняются мгновенные значения токов в ячейках, попадающих в приповерхностную область. При дальнейших вычислениях эти данные используются на участках 2 и 5 (с прямым знаком), 3 и 4 (с обратным знаком).

В качестве функции зависимости критической плотности тока от магнитного поля будем использовать трехпараметрическую функцию, предложенную в работах [4, 6]:

$$J_c(B) = J_{c0} \frac{1 - (|B|/B_{c2})^\alpha}{1 + (|B|/B_0)^\alpha}, \quad (3)$$

где $B_{c2} = \mu_0 H_{c2}$, где H_{c2} — второе критическое поле сверхпроводника. Для удобства, значения напряженности магнитных полей будут нормированы по $J_{c0} \cdot a_0$, магнитный момент — по $J_{c0} \cdot a_0^4$. Величины параметров функции, использованных при моделировании: $B_0 = 0.5\mu_0 J_{c0} \cdot a_0$, $\alpha = 0.5$, $B_{c2} = 20\mu_0 J_{c0} \cdot a_0$.

Расчеты проводились на шарообразном образце радиусом a_0 , плотность сетки составляет 15 ячеек/ a_0 , показатель степени n в уравнении (1) составляет 51.

На рис. 1 показаны результаты расчета петель магнитного момента для выбранного образца.

Использовалась модель (3) с параметрами $B_0 = 0.5\mu_0 J_{c0} \cdot a_0$, $\alpha = 0.5$, $B_{c2} = 20\mu_0 J_{c0} \cdot a_0$. С ростом относительной глубины равновесной области (l_0/a_0) наблюдается увеличение асимметрии этих петель относительно прямой $m = 0$.

Таким образом, в результате проведенных расчетов были получены петли магнитных моментов для сферических сверхпроводящих образцов для различных ширины приповерхностной зоны. В процессе моделирования можно также получить данные о распределении локальных плотностях тока, магнитного поля внутри образца, а также его магнитный отклик. Полученные результаты можно использовать для моделирования гранулярных структур различной плотности.

Литература

1. Brandt E.H. Superconductor disks and cylinders in an axial magnetic field. I. Flux penetration and magnetization curves // Phys. Rev. B. 1998. Vol. 58. P. 6506–6522.
2. Кузьмичев Н.Д., Шушпанов А.А., Васютин М.А. Математическое моделирование магнитных свойств эллипсоидов вращения жёстких сверхпроводников второго рода в модели Бина // Журнал Средневолжского математического общества. 2019. Т. 21, № 3. С. 353–362.

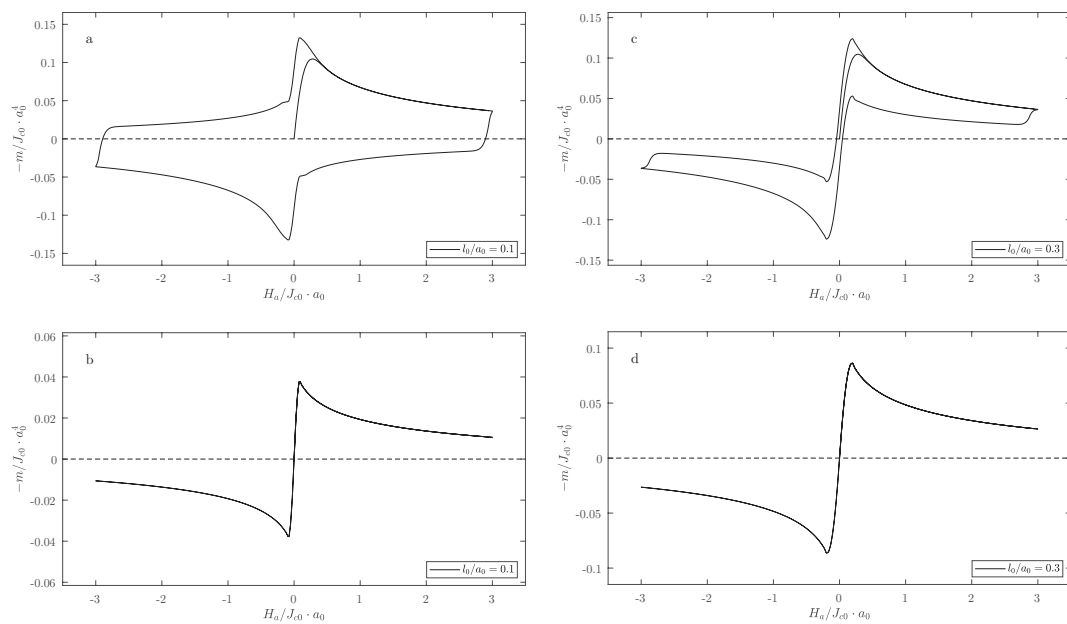


Рис. 1. Петли магнитного момента сферического образца с учетом равновесных областей разной толщины (а, с) – верхний ряд. Толщины равновесных областей на рисунке приведены в относительных единицах и указаны на рисунке ($l_0/a_0 = 0.1$ (а, b) и $l_0/a_0 = 0.3$ (с, d)). На рис. b и d (нижний ряд) приведены магнитные моменты указанных равновесных областей.

3. Кузьмичев Н.Д., Шушпанов А.А., Васютин М.А. Математическое моделирование магнитных свойств осесимметричных сверхпроводников второго рода в модели Кима // Журнал Средневолжского математического общества. 2020. Т. 22, № 4. С. 456–462.
4. Urban E. W. Flux Flow and a New Critical-Current Formula // Journal of Applied Physics. 1971. Т. 42, №. 1. С. 115-127.
5. Вальков В.В., Хрусталева Б.П. Намагничивание гранулированных ВТСП в сильных магнитных полях // ЖЭТФ. 1995. Т. 107, Вып. 4. С. 1221.
6. Koblishka M.R., Gokhfeld D.M., Chang C., Hauet T., Hartmann U. Pinning force scaling of electrospun Bi-2212 nanowire networks // Solid State Commun. 2017. Vol. 264. P. 16–18 .
7. Gokhfeld D.M. Secondary Peak on Asymmetric Magnetization Loop of Type-II Superconductors // J Supercond Nov Magn. 2013. Vol. 26. P. 281–283.
<https://doi.org/10.1007/s10948-012-1741-8>

MSC 74F15

Mathematical modeling of surface layer magnetization in axisymmetric hard superconductors

N. D. Kuzmichev, A. A. Shushpanov, M. A. Vasyutin

National Research Ogarev Mordovia State University

Abstract: In this paper, we present the results of numerical simulation for hard superconductors of the 2nd kind. For results similar to granular samples, the shape of the studied samples was chosen to be spherical. The calculation was carried out on the basis of the equations of electrodynamics and models of the critical state of superconductors. The current distribution in the samples is calculated iteratively, by means of numerical integration of the "current motion equation". The main emphasis in the work is on the consideration of equilibrium and nonequilibrium zones in a superconductor. The magnetization loops for small granules of different sizes, as well as the magnetization of near-surface layers, are obtained.

Keywords: hard II-type superconductors, critical state, numerical integration

Литература

1. E.H. Brandt, Superconductor disks and cylinders in an axial magnetic field. I. Flux penetration and magnetization curves, *Phys. Rev. B.*, 1998, Vol. 58, P. 6506–6522.
2. N.D. Kuzmichev, A.A. Shushpanov, M.A. Vasyutin, Mathematical modeling of the magnetic properties of spheroids of hard second kind superconductors in the Bean model, *Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva*, 2019, 21:3, P. 353–362.
3. N.D. Kuzmichev, A.A. Shushpanov, M.A. Vasyutin, Mathematical modeling of the magnetic properties of axisymmetric hard superconductors of the second kind in the Kim model, *Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva*, 2020, 22:4, P. 456–462.
4. E.W. Urban, Flux Flow and a New Critical-Current Formula, *Journal of Applied Physics*, 1971, V. 42, №. 1, P. 115-127.
5. V.V. Valkov, B.P. Khrustalev, Magnetization of granular HTSCs in strong fields, *JETP*, 1995, V.107, 1221.
6. M.R. Koblishka, D.M. Gokhfeld, C. Chang, T. Hauet, and U. Hartmann, Pinning force scaling of electrospun Bi-2212 nanowire networks, *Solid State Commun*, 2017, Vol. 264, 16–18.
7. D.M. Gokhfeld, Secondary Peak on Asymmetric Magnetization Loop of Type-II Superconductors, *J Supercond Nov Magn*, 2013, Vol. 26, P. 281–283.
<https://doi.org/10.1007/s10948-012-1741-8>