

УДК 533.9+517.2

## Математическое моделирование процесса обработки металлических изделий

Константинова А. А., Якупов З. Я., Галимова Р. К.

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н.  
Туполева-КАИ

*Аннотация:* В статье представлена математическая модель обработки детали под воздействием различных факторов. В основе модели лежат закон сохранения массы и уравнение теплопроводности. Численный расчет основных характеристик процесса выполнен с использованием пакета MATLAB.

*Ключевые слова:* математическое моделирование, обработка детали, закон сохранения массы, уравнение теплопроводности.

В настоящее время активно проводятся разработки и исследования новых технологий обработки поверхностей металлических изделий. Одним из таких способов является обработка металлической поверхности парогазовым разрядом [1–3].

Работа посвящена разработке математической модели процесса обработки детали. Это актуально для использования на этапах подготовки и планирования экспериментов, для описания результатов технологии, а также для контроля изменения параметров технологических блоков [4–6].

В предыдущих работах [7, 8] были определены факторы, которые существенно влияют на результат обработки поверхностей металлов и жидкостей электрическим разрядом в паровоздушной среде. В представляемой работе определяются зависимости результатов технологии обработки различных веществ от этих факторов.

Математическая модель процесса обработки металла представляет собой систему уравнений для физических величин, таких как температура электролита, плотность жидкости и скорость убыли массы электролита из некоторого объема [9]. При моделировании рассматриваем произвольный макроскопический объем жидкости непосредственно под областью разряда, ограниченный поверхностью. Предполагается, что с жидкостью в этом объеме не происходят химические реакции и фазовые переходы. Тогда изменение массы жидкости в объеме происходит за счет убыли ее из этого объема малыми порциями и с малыми скоростями. В качестве механизмов убыли массы жидкости можно рассмотреть испарение на границе раздела электролит-газ (воздух) и перемешивание слоев жидкости [10].

Для описания процессов, протекающих в окрестности границы раздела разряд-электролит, воспользуемся законом сохранения массы (уравнением неразрывности) для сплошной среды:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \cdot (\rho \vec{v}), \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность среды,  $t$  – время протекания процесса,  $\vec{v}$  – вектор скорости убыли массы электролита в некотором объеме.

Скорость колебания объема жидкости в электролитической ячейке вблизи металлического электрода при горении парогазового разряда описывается с использо-

ванием закона сохранения импульса (уравнение Эйлера):

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v}, \nabla) \vec{v} = -\nabla P + \rho \vec{g}, \quad (2)$$

где  $P$  – давление жидкости в рассматриваемом объеме.

Уравнение (2) выражает второй закон Ньютона для единицы объема среды и позволяет оценить скорость убыли массы электролита в объеме электролитической ячейки, связанную с важным параметром технологического процесса – скоростью подачи электролита в ячейку для поддержания постоянного уровня границы раздела жидкость-газ (воздух).

Для рассмотрения распределения температуры в электролитической ячейке и ее изменения во времени используем уравнение теплопроводности:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = Q + \nabla (a \nabla T), \quad (3)$$

где  $C$  – удельная теплоемкость тела,  $T$  – температура тела,  $a$  – коэффициент теплопроводности, характеризующий скорость выравнивания температуры тела в неравномерно нагретом теле,  $Q$  – тепловой поток. Оценка изменения во времени температуры электролита позволяет решать вопрос об интенсивности охлаждения электролита.

Подстановка в уравнениях (1)-(3) всех параметров, характеризующих состояние водного раствора салициловой кислоты (либо электролитов другого состава), позволяет построить в MATLAB первичную модель изменения параметров процесса обработки детали парогазовым разрядом.

## Литература

1. Галимова Р.К., Якупов З.Я. Исследование технологического процесса обработки поверхностей изделий парогазовым разрядом между твердым металлическим и жидким неметаллическим электродами // Fundamental and applied sciences today: Proceedings of the Conference. North Charleston, 2013. Vol. 2. P. 147 – 149.
2. Галимова Р.К., Юсупова А.Р. Проблема планирования в техно-логическом эксперименте // Fundamental science and technology – promising developments VI: Proceedings of the Conference. North Charleston, 2015. Vol.2. 297 p.
3. Галимова Р.К., Зайнеев А.А. Экспериментально-статистическое моделирование технологического процесса // Fundamental science and technology – promising developments VI: Proceedings of the Conference. North Charleston, 2015. Vol. 2. North Charleston, SC, USA: CreatSpace, 2015. 297 p.
4. Павлова А.А., Шакиров А.Ш., Галимова Р.К. Оценивание кислотности раствора в процессе получения зольей методом наименьших модулей // Материалы VIII Международной научной молодежной школы-семинара «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». Саранск: СМВО, 2018. С. 82-85.
5. Павлова А.А., Иутин Р.В., Якупов З.Я. Усреднение показателя шероховатости поверхности за время обработки детали методом наименьших квадратов // Материалы VIII Международной научной молодежной школы-семинара

- «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». Саранск: СМВО, 2018. С. 61-65.
6. Иутин Р.В., Галимова Р.К., Якупов З.Я. Трехфакторная модель процесса уменьшения шероховатости металлических поверхностей // Материалы VIII Международной научной молодежной школы-семинара «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». Саранск: СМВО, 2018. С. 82-85.
  7. Takseitov R.R., Galimova R.K., Yakupov Z.Ya. Calculation of portable properties of some real gas mixtures at high temperatures// Journal of physics: series of conferences. 2020. 1588 (1). 012065.
  8. Галимова Р.К., Якупов З.Я. Исследование решений уравнения Лапласа в технологических процессах с использованием парогазовых разрядов с жидкостными электродами//Журнал Средневолжского Математического Общества. 2015. Т. 17, № 1. С.135 – 139.
  9. Галимова Р.К., Якупов З.Я. Уравнения эллиптического типа в моделировании технологических процессов//Теория функций, её приложения и смежные вопросы: Материалы XII международной Казанской летней научной школы-конференции. Труды Математического центра им. Н. И. Лобачевского. Казань: Изд-во Казан. матем. общества, изд-во Академии наук РТ, 2015. Т.51. С. 144 – 146.
  10. Галимова Р. К. Характеристики плазменной электротермической установки с жидкими электродами (электролиты с добавлением неорганических и органических примесей). Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. СПб. 1997. 16 с.

MSC 62H12

## Mathematical modeling of the processing of metal products

A. A. Konstantinova, Z. Ya. Yakupov, R. K. Galimova

Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev

*Abstract:* The article presents the mathematical model for processing a component under the influence of various factors. The model is based on the law of mass conservation and the heat conduction equation. Numerical calculation of the main characteristics of the process was performed using the MATLAB package.

*Keywords:* mathematical modeling, component processing, mass conservation law, heat equation.

### References

1. R.K. Galimova, Z.Ya. Yakupov, Investigation of the technological process of surface treatment of products by a vapor-gas discharge between solid metal and liquid non-metal electrodes, *Fundamental and applied sciences today: Proceedings of the Conference*, North Charleston, 2013, Vol. 2, P. 147 – 149.
2. R.K. Galimova, A.R. Yusupova, The problem of planning in a technological experiment, *Fundamental science and technology – promising developments VI: Proceedings of the Conference*, North Charleston, 2015, Vol. 2, 297 p.
3. R.K. Galimova, A.A. Zaineev, Experimental-statistical modeling of the technological process, *Fundamental science and technology – promising developments VI: Proceedings of the Conference*, North Charleston, 2015, Vol. 2, 297 p.
4. A.A. Pavlova, A.Sh. Shakirov, R.K. Galimova, Estimation of the acidity of the solution in the process of obtaining sols by the method of least modules, *Proceedings of the VIII International Scientific Youth School-Seminar "Mathematical Modeling, Numerical Methods and Complexes"*, Saransk, SMVO, 2018, P. 82-85.
5. A.A. Pavlova, R.V. Iutin, Z.Ya. Yakupov, Averaging the surface roughness index during the processing of a part by the least squares method, *Proceedings of the VIII International Scientific Youth School-Seminar "Mathematical Modeling, Numerical Methods and Complexes"*, 2018, Saransk, SMVO, 2018, P. 61-65.
6. R.V. Iutin, R.K. Galimova, Z.Ya. Yakupov, Three-factor model of the process of reducing the roughness of metal surfaces, *Proceedings of the VIII International Scientific Youth School-Seminar "Mathematical Modeling, Numerical Methods and Complexes"*, 2018, Saransk, SMVO, 2018, P. 82-85.
7. R.R. Takseitov, R.K. Galimova, Z.Ya. Yakupov, Calculation of portable properties of some real gas mixtures at high temperatures, *Journal of physics: series of conferences*, 2020, 1588 (1), 012065.

8. R.K. Galimova, Z.Ya., Yakupov Investigation of solutions of the Laplace equation in technological processes using steam-gas discharges with liquid electrodes, *Journal of the Middle Volga Mathematical Society*, 2015, V. 17, No. 1, P. 135 – 139.
9. R.K. Galimova, Z.Ya. Yakupov, Elliptic-type equations in the modeling of technological processes, *Theory of functions, its applications and related issues: Proceedings of the XII International Kazan Scientific Summer School-Conference. Proceedings of the Mathematical Center. N.I. Lobachevsky*, Kazan, Kazan Publishing House. math. Society, publishing house of the Academy of Sciences of the Republic of Tatarstan, 2015, T. 51., P. 144 - 146.
10. R.K. Galimova, Characteristics of a plasma electrothermal installation with liquid electrodes (electrolytes with the addition of inorganic and organic impurities), Abstract of the dissertation for the degree of candidate of technical sciences, SPb, 1997, 16 p.