

УДК 51-7(004.94)

Применение методов математического моделирования в технологии VR/AR

Жалнин Р. В., Игайкин И. В.

Национальный исследовательский
Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарёва

Аннотация: В статье рассматриваются особенности применения методов математического моделирования для создания симуляций виртуальной и дополненной реальности. В качестве примера демонстрируется симуляция лабораторной установки для определения скорости распространения пламени по поверхности горючей жидкости. В работе представлена математическая модель горения жидкого вещества и демонстрируется распространение фронта пламени по поверхности жидкости.

Ключевые слова: виртуальная реальность, адекватность среды, горение, фронт пламени

1. Особенности применения методов математического моделирования при создании VR симуляции

Одним из перспективных направлений прикладной области информационных технологий является применение трехмерных интерактивных виртуальных сред для создания тренажеров и симуляторов [1].

Для решения таких задач необходимо наличие эффективных технологий, которые должны обеспечивать адекватность виртуальной среды и быстроедействие вычислительных процессов достаточное для формирования качественных изображений высокого разрешения в режиме реального времени [2].

Применение методов математического моделирования обеспечивает необходимую адекватность виртуальной среды. Однако использование большинства расчетных схем и численных методов для математических расчетов оказывается невозможным. Причиной этого является ограничение по времени, за которое должны быть выполнены расчеты.

Данное ограничение накладывается из-за необходимости отрисовки объектов виртуальной среды каждую $1/60$ долю секунды (стандартная периодичность отрисовки). Все расчеты должны быть выполнены в этот период времени, чтобы объекты и процессы, моделируемые в виртуальной среде, соответствовали требованию адекватности среды.

Для решения проблемы ограничения по времени можно применить два способа.

Первый способ заключается в предварительном расчете математических моделей и использовании полученных результатов в самой симуляции. Данный способ позволяет применять методы математического моделирования вне зависимости от их скорости выполнения.

Однако использование данного способа обладает существенным недостатком. Использование готовых расчетов предполагает, что все возможные действия в симуляции будут заранее известны. В виду наличия интерактивности в виртуальной среде,

процесс создания сценариев для симуляции значительно усложняется. При этом каждый новый сценарий может потребовать изменений в уже существующих моделях и создание новых моделей для новых случаев и процессов.

Подобный недостаток не позволяет применять его в VR симуляциях, где подразумевается высокая степень интерактивности с виртуальной средой. Поэтому предлагается альтернативный способ.

Второй способ заключается в использовании упрощенных моделей, которые должны соответствовать условиям адекватности и возможности использования расчетных схем или формул, вычисление по которым займёт времени не больше, чем период отрисовки. Сложность второго способа заключается в одновременном соблюдении двух обозначенных условий. Чем проще модель, тем меньше учитывается условий среды, что уменьшает ее адекватность. В то же время наложение дополнительных условий и факторов приводит к усложнению расчетной схемы и, как следствие, к увеличению времени, необходимого для получения результатов расчёта и отображения моделируемого объекта или процесса.

2. Математическая модель распространения пламени по поверхности жидкости

В качестве примера, рассмотрим симуляцию, в которой можно наблюдать процесс горения жидкого вещества. Данная симуляция является частью виртуальной среды для проведения лабораторных занятий по инженерной дисциплине «Теория горения и взрывов».

В теории горения и взрывов существует два способа описать процесс распространения пламени. Первый предполагает описания данного процесса с помощью химических реакций. Этот подход приведет к необходимости использовать уравнения химической кинетики и решать жесткие системы однородных дифференциальных уравнений. Методы их решения в большинстве случаев не будут удовлетворять условию ограничения расчетов по времени. Поэтому предлагается использовать термодинамический подход для описания процесса распространения пламени.

Распространение пламени по поверхности жидкости протекает в результате теплопередачи излучением, конвекцией и молекулярной теплопроводностью от зоны пламени к поверхности зеркала жидкости [3].

Основную роль в этом играет теплоизлучение от пламени. Пламя, обладая высокой температурой (более 1000°C), способно, как известно, излучать тепловую энергию. Согласно закону Стефана-Больцмана (2), интенсивность лучистого теплового потока, отдаваемого нагретым телом, определяется соотношением:

$$Q = \epsilon\sigma(T_s^4 - T_f^4), \quad (1)$$

где T_s — температура источника горения, T_f — температура жидкости, ϵ — степень черноты, σ — постоянная Стефана-Больцмана, Q — количество теплоты, излучаемое горячей жидкостью.

Излучаемое тепло расходуется на прогрев глубины (нижних слоёв) и передачу тепла ближайшему участку жидкости в слое (линейное распространение)[4]:

$$Q = r\rho W + rU(T - T_0), \quad (2)$$

где T — температура жидкости после передачи тепла, T_0 — температура жидкости до передачи тепла, r — удельная теплота испарения (кДж/кг), ρ — плотность жидкости,

W — линейная скорость распространения (скорость передачи тепла нижним слоям), U — массовая скорость выгорания (скорость сгорания вещества с единицы поверхности, она же скорость перемещения фронта пламени), Q — количество теплоты, излучаемое горячей жидкостью.

Согласно уравнениям (1) и (2) пламя на поверхности жидкости излучает тепло, которое расходуется на прогрев нижних слоев и той части поверхности, которая ещё не охвачена пламенем. Значит, для перемещения пламени на соседний не горящий участок зеркала достаточно, чтобы температура этого участка достигла определенного значения, а именно температуры самого пламени (источника горения). Тогда из уравнений (1) и (2) можно выразить скорость распространения пламени (массовую скорость):

$$U = \frac{\epsilon\sigma(T_s^4 - T_f^4) - r\rho W}{r(T_s - T_f)}, \quad (3)$$

Уравнение (3) представляет расчётную формулу, которая позволяет определить, как пламя будет перемещаться по поверхности жидкости.

3. Пример использования математической модели в виртуальной среде

В данной статье процесс распространения пламени применяется для симуляции лабораторной установки для замера скорости распространения пламени, схема которой продемонстрирована на рисунке ниже (рис. 1). В этой установке жидкость находится в длинном узком желобе, спроектированном так, чтобы жидкость не успевала испариться до конца замеров, а именно до того момента, когда пламя достигнет противоположного конца желоба.

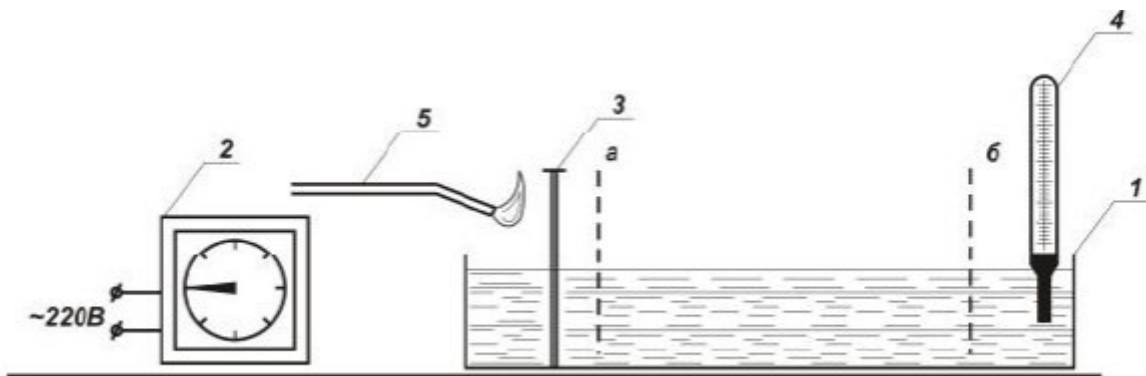


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 — желоб с горючей жидкостью; 2 — электросекундомер; 3 — заслонка; 4 — термометр; 5 — источник зажигания

В статье рассматривается установка, состоящая из самого желоба с жидкостью и заслонки, связанных непосредственно с моделируемым процессом распространения пламени по поверхности жидкости, в предположении, что в начальный момент времени часть жидкости, отделенная заслонкой, уже горит.

Для данной установки будем считать, что в желобе находится горючая жидкость без примесей. Как следствие, скорость прогрева глубины будет постоянна и одинакова по всему объёму жидкости. Более того, данная величина известна и зависит от

выбранного типа жидкости. Таким образом, в уравнении (3) неизвестной остаётся только искомая скорость распространения пламени по поверхности жидкости.

Зная скорость движения фронта пламени, мы можем вычислить положение границы фронта пламени. В свою очередь, зная положение границы, можно передать подсчитанное значение платформе, поддерживающей работу виртуальной среды, чтобы она отобразила актуальное состояние процесса.

В статье будет продемонстрирована иллюстрация работы прототипа установки, для симуляции которой будет применена описанная выше моделью. От конечной реализации, прототип отличается только отсутствием текстур и эффектов, имитирующих само пламя. Для отображения фронта пламени, в прототипе предлагается выделять горящую часть жидкости оранжевым цветом.

На рисунках ниже (рис. 2 и рис. 3) продемонстрирована работа прототипа установки.

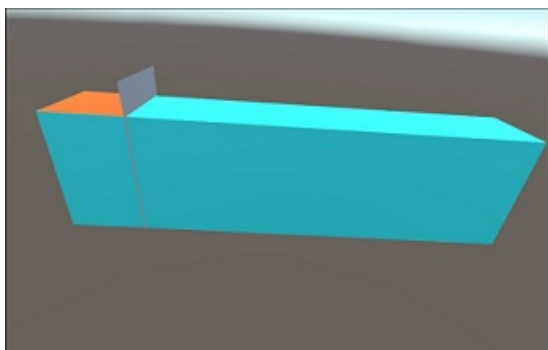


Рис. 2. Установка до начала замера

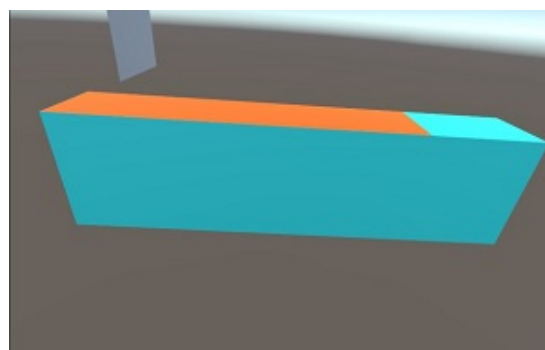


Рис. 3. Установка после начала замера

Начальным моментом времени для моделируемого процесса считается момент времени, когда заслонка оказывается выше границы горячей жидкости и воздуха. При запуске виртуальной среды, заслонка опущена и не даёт пламени распространиться дальше (рис. 2). Находящийся в виртуальной среде может поднять заслонку. Как только заслонка будет поднята над поверхностью жидкости, начнётся симуляция процесса распространения пламени.

В ходе симуляции, для отображения текущего состояния среды, включающего в себя состояние моделируемого процесса, происходит выполнение ряда задач. Сперва, выполняется расчёт скорости движения фронта пламени согласно выражению (3). Полученное значение используется для определения координат границы горящего участка поверхности. В нашем случае граница является прямой линией, поскольку эту форму она имела в начальный момент времени.

Как показано на рисунке выше (рис. 3), пламя движется до тех пор, пока не достигнет противоположной стороны желоба. На протяжении всей симуляции не было замечено замедлений в отображении визуальной составляющей. Это означает, что все вычисления были произведены за отведенный период отрисовки, т. е. условие на ограниченность по времени было выполнено.

Для оценки адекватности симуляции, было произведено сравнение с реальной установкой. Сравнение осуществлялась по двум критериям: соответствие видимых результатов (субъективная оценка правдоподобности) и значений, полученных с помощью замеров на реальной установке со значениями, вычисленных по формуле (3). Первый критерий был оценен позитивно – визуальная составляющая симуляции была

принята, как правдоподобная. Вторым критерий показал результаты с погрешностью третьего порядка, что считается достаточно хорошим результатом для применения модели в виртуальной симуляции.

Таким образом, был разработан рабочий прототип лабораторной установки, в основе симуляции которого лежит применение математической модели, удовлетворяющей условиям адекватности и ограниченности по времени. Сама же симуляция может быть дополнительно модифицирована для учёта дополнительных условий, которые могут возникать в результате взаимодействия пользователя виртуальной среды с самой установкой. Для этого достаточно выделить отдельные процессы, влияющий на основной процесс, и построить для них отдельные математические модели, удовлетворяющие условиям адекватности и ограниченности по времени.

На текущем этапе разработки решаются задачи по наложению текстур и эффектов. В ходе работы над эффектом огня пришлось столкнуться с нехваткой стандартных средств платформы Unity, с помощью которой разрабатывается виртуальная среда.

Стандартный подход к моделированию пламени в Unity предполагает использование системы частиц: пламя изображается в виде плотного потока небольших объектов. Использование встроенной системы частиц оказалось недостаточным. При попытке достичь максимальной реалистичности за счёт возможности вычислять интенсивность пламени в различных участках фронта пламени, была обнаружена проблема с нехваткой видеопамати на устройстве с NVIDIA GeForce RTX 3060 Ti с 8 GB видеопамати в качестве GPU.

Решение данной проблемы является текущей задачей разработки виртуальной среды и может быть решена альтернативным подходом к созданию визуальной составляющей огня или созданием собственной системы частиц.

Рассмотренный в рамках данной статьи пример даёт краткое представление о возможностях и проблемах применения методов математического моделирования в сфере технологий виртуальной и дополненной реальности для создания качественных симуляций.

Литература

1. Мочалов П.С. Технология разработки программных приложений 3D-виртуальных сред для моделирования технологических процессов и комплексов // Системы автоматизации в образовании, науке и производстве: Труды IX Всероссийской научно-практической конференции. 28-30 ноября 2013 г. Новокузнецк: Изд. центр СибГИУ, 2013. С. 125-129.
2. Мочалов П.С., Мочалов С.П. Технология создания интерактивных 3D – моделей производственных процессов и комплексов // Интеллектуальный потенциал XXI века: Ступени познания. 2012. № 13. С. 77-81.
3. Корольченко А.Я. Процессы горения и взрыва. М.: Пожнаука, 2007. 266 с.
4. Девисилов В.А., Дроздова Т.И., Тимофеева С.С. Теория горения и взрыва: практикум: Учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. Москва: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015. 384 с.

MSC 00A06

Application of mathematical modeling methods in VR/AR technology

R. V. Zhalnin, I. V. Igajkin

National Research Ogarev Mordovia State University

Abstract: The article discusses the features of using mathematical modeling methods to create virtual and augmented reality simulations. As an example, a simulation of a laboratory installation for determining the speed of flame propagation over the surface of a flammable liquid is demonstrated. The paper presents a mathematical model of liquid substance gorenje and demonstrates the propagation of the flame front on the surface of the liquid.

Keywords: virtual reality, environmental adequacy, combustion, flame front

References

1. P.S. Mochalov, Technology of development of software applications of 3D virtual environments for modeling technological processes and complexes, *Automation systems in education, science and production: Proceedings of the IX All-Russian Scientific and Practical Conference*, November 28-30, 2013, Novokuznetsk: SibGIU Publishing Center, 2013, P.125-129.
2. P.S. Mochalov, S.P. Mochalov, Technology for creating interactive 3D models production processes and complexes, *Intellectual potential of the XXI century: Stages of cognition*, 2012, No. 13, P. 77-81.
3. A.Ya. Korolchenko, Gorenje i explosion processes, M., Pozhnauka, 2007, 266 p.
4. V.A. Devisilov, T.I. Drozdova, S.S. Timofeeva, Gorenje i explosion theory: practicum: Textbook, 2nd ed., reprint and additional, Moscow, Forum, SIC INFRA-M, 2015, 384 p.