

УДК 519.6

Применение теории связанных волноводов для моделирования переключателей для CNOT вентилей

Лытаев А. А., Попов И. Ю.

Университет ИТМО

Создание квантового компьютера является важной задачей, успешное решение которой позволит решать большое количество вычислительных задач с существенным ускорением, по сравнению с существующими на сегодняшний день методами. Основной проблемой, возникающей при попытке создать рабочий прототип данного устройства является быстрая декогеренция, которая препятствует проведению операций над квантовыми битами и измерению их состояний. Одним из способов решения этой проблемы является оптическая модель квантовых вычислений, преимущество которой заключено в низкой эффективности взаимодействия между фотонами. Недостатком существующих линейно-оптических моделей является вероятностная природа работы двухкубитных вентилей [1, 2]. Недостатком существующих оптических моделей на базе нелинейных оптических эффектов является слабость нелинейного оптического взаимодействия и, как следствие, необходимость в использовании длинных оптических путей, что приводит к большим вычислительным ошибкам [3].

Один из методов реализации нелинейно-оптической модели вычислений приведён в статье [4], где в качестве квантового бита используется волновод, поддерживающий распространение двух направленных поперечных мод одной поляризации: TE_0 мода представляет состояние $|0\rangle$, TE_1 мода представляет состояние $|1\rangle$. Преимуществом такой модели является увеличение эффективности нелинейного взаимодействия за счёт большей плотности оптического излучения. В этой же статье приводится возможная схема реализации CNOT вентилей на основе нелинейных эффектов в плечах волноводного интерферометра.

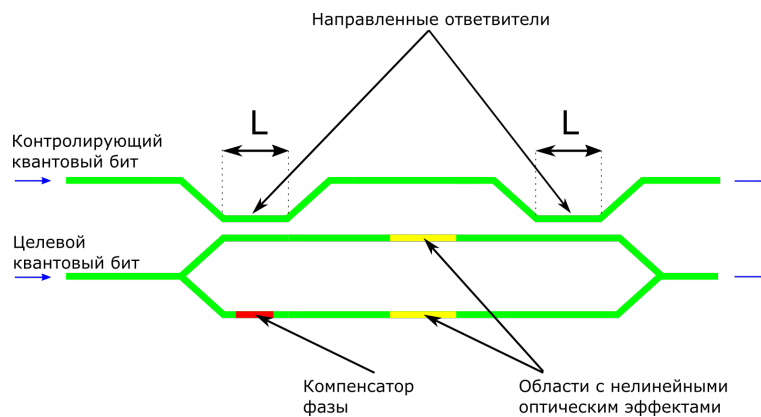


Рис. 1. Схема CNOT вентилей

Принцип, на основе которого работает данный вентиль, заключается в том, что чем ближе состояние контролирующего волновода к $|1\rangle$, тем большая часть излучения будет передана из него в верхнее плечо интерферометра и тем больше будет фазовый сдвиг, которому подвергается состояние целевого квантового бита. При этом $|0\rangle$ компонента состояния квантового бита в контролирующем волноводе остаётся в контролирующем волноводе. Для корректного осуществления описанной операции требуется оптимальный подбор парамет-

ров сближения волноводов – длины сближения L и расстояния между волноводами R , что является главной целью проведенного исследования.

Математическая модель рассматриваемой системы построена на основании теории связанных волноводов [5], примененной к системе из двух плоских оптических волноводов. Электромагнитное поле в системе рассматривается как сумма полей отдельных волноводов с амплитудными коэффициентами.

$$\begin{cases} \vec{E} = \sum_{\nu, m = 0, 1} A_{\nu m}(z) \vec{E}_{\nu m}, \\ \vec{H} = \sum_{\nu, m = 0, 1} A_{\nu m}(z) \vec{H}_{\nu m}. \end{cases} \quad (1)$$

Подстановка данного разложения в систему уравнений Максвелла приводит к системе

$$\begin{cases} \sum_{\nu, m = 0, 1} \frac{\partial A_{\nu m}}{\partial z} (\vec{e}_z \times \vec{H}_{\nu m}) - i\omega \varepsilon_0 (n_{core}^2 - n_{clad}^2) A_{\nu m} \vec{E}_{\nu m} = 0, \\ \sum_{\nu, m = 0, 1} \frac{\partial A_{\nu m}}{\partial z} (\vec{e}_z \times \vec{E}_{\nu m}) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Интегрирование системы и проведение асимптотического анализа с пренебрежением членами высоких порядков малости приводит к системе

$$\begin{cases} \frac{\partial A_{00}}{\partial z} c_0 + A_{10} i D_0^0 + A_{11} i D_1^0 e^{i\Delta\beta z} = 0 \\ \frac{\partial A_{01}}{\partial z} c_1 + A_{10} i D_0^1 e^{-i\Delta\beta z} + A_{11} i D_1^1 = 0 \\ \frac{\partial A_{10}}{\partial z} c_0 + A_{00} i D_0^0 + A_{01} i D_1^0 e^{i\Delta\beta z} = 0 \\ \frac{\partial A_{11}}{\partial z} c_1 + A_{00} i D_0^1 e^{-i\Delta\beta z} + A_{01} i D_1^1 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Дополнительное пренебрежение достаточно малыми членами, содержащими экспоненту $e^{i\Delta\beta z}$ позволяет получить точное решение системы в виде

$$\begin{aligned} A_{0m}(z) &= A_{0m}(0) \cos\left(\frac{D_m^m}{c_m} z\right) - i A_{1m}(0) \sin\left(\frac{D_m^m}{c_m} z\right), \\ A_{1m}(z) &= A_{1m}(0) \cos\left(\frac{D_m^m}{c_m} z\right) - i A_{0m}(0) \sin\left(\frac{D_m^m}{c_m} z\right). \end{aligned} \quad (4)$$

Система, описываемая подобной приближенной моделью, будет выполнять функцию переключателя в том случае, если удовлетворяется целочисленное условие

$$\frac{D_1^1/c_1}{D_0^0/c_0} = \frac{4i_1 + 1}{4i_0}, \quad i_0, i_1 \in \mathbb{N}. \quad (5)$$

Для подбора таких параметров был реализован алгоритм, который перебирает значения L и R , при которых выполняется условие (5), при этом среди них выбирается такая пара, в которой L будет наименьшим, что позволяет уменьшить размер переключателя и возможную вычислительную ошибку из-за неровностей на стенках волновода.

Система (3) не имеет аналитического решения, однако, это решение может быть найдено численно. Для этого был применён метод конечных разностей с использованием явной вычислительной схемы. Полученное численное решение позволяет оценить влияние взаимодействия между модами различных порядков на поведение системы.

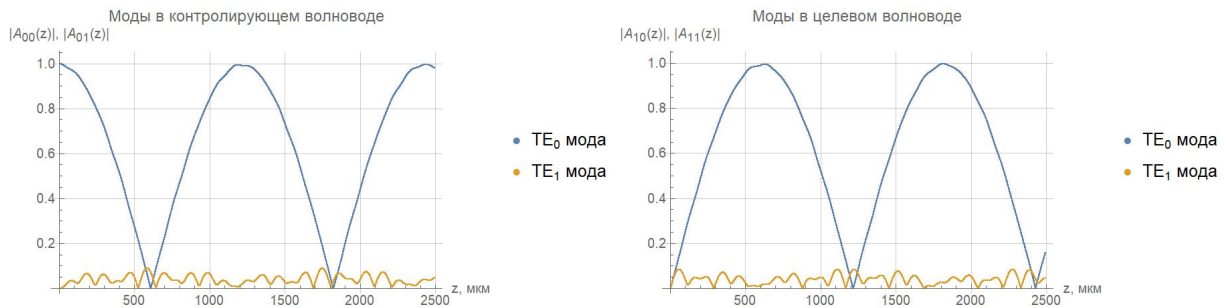


Рис. 2. Распространение излучения в системе при $|0\rangle$ в контролирующем волноводе

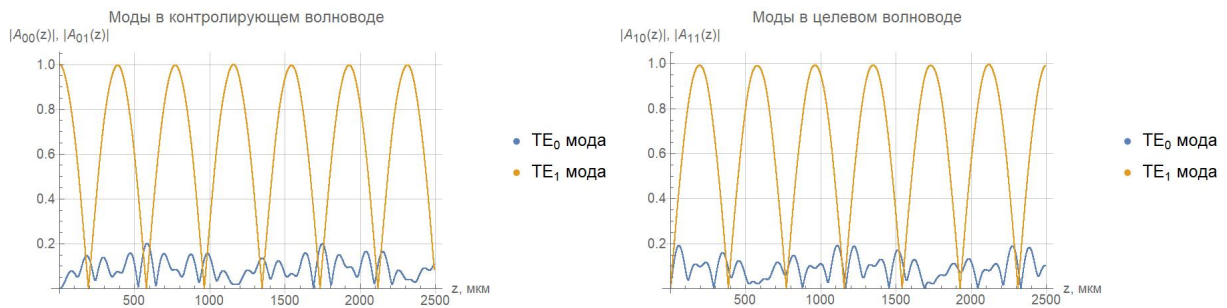


Рис. 3. Распространение излучения в системе при $|1\rangle$ в контролирующем волноводе

Анализ полученных результатов позволяет утверждать, что ошибка, возникающая в квантовом CNOT вентиле, работающем на описанном выше принципе, вследствие взаимодействия между модами различных порядков не превышает 1%.

Литература

1. Knill E., Laamme R., Milburn G. A scheme for efficient quantum computation with linear optics // Nature. 2001. Vol. 409. pp. 46-52.
2. Gavrilov M. Quantum computer elements based on coupled quantum waveguides // Phys. Part. Nuclei Lett. 2007. Vol. 4. pp. 137-140.
3. Milburn G.J. Quantum optical Fredkin gate // Phys. Rev. Lett. 1989. Vol. 62. pp. 2124.
4. Fu J., Shao-Fang T. Quantum Computations with Transverse Modes of an Optical Field Propagating in Waveguides // Chinese Phys. Lett. 2003. Vol. 20, No. 9. pp. 1426.
5. Маркузе Д. Оптические волноводы. М.: Мир. 1974.

MSC2020 78M35 78M20

Application of the coupled mode theory for simulation of switchers for CNOT gates

A. A. Lytaev, I. Yu. Popov

ITMO University