

УДК 515.162.2

О бифуркациях в однопараметрических семействах диффеоморфизмов, приводящих к рождению одномерных базисных множеств *

Гринес В. З., Минц Д. И., Петрова Ю. Э.

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

В данном докладе численно исследуются однопараметрические семейства диффеоморфизмов $F_{1\epsilon}$ и $F_{2\epsilon}$ двумерного и трехмерного торов соответственно, которые задаются с помощью суперпозиции прямых произведений отображений Мёбиуса и алгебраических автоморфизмов торов. Находятся бифуркационные значения параметров, при переходе через которые рождаются одномерные базисные множества.

Отображение Мёбиуса представляет собой диффеоморфизм окружности, зависящий от единственного параметра $\epsilon \in (-1; 1)$, и имеет следующую структуру: при $\epsilon = 0$ оно является тождественным; при $\epsilon \neq 0$ оно является диффеоморфизмом Морса-Смейла с двумя неподвижными точками: источник и сток. Естественным образом определяются прямое произведение двух отображений Мёбиуса и прямое произведение трех отображений Мёбиуса, действующие на двумерном и трехмерном торах соответственно. Прямое произведение двух отображений Мёбиуса при $\epsilon \neq 0$ является диффеоморфизмом Морса-Смейла, при этом его неблуждающее множество состоит из 4-х неподвижных точек: источниковой, стоковой и двух седловых. Прямое произведение трех отображений Мёбиуса, являющееся при $\epsilon \neq 0$ диффеоморфизмом Морса-Смейла, имеет неблуждающее множество, состоящее из 8-ми неподвижных точек: источниковой, стоковой и шести седловых.

Для однопараметрического семейства $F_{1\epsilon}$, заданного суперпозицией прямого произведения двух отображений Мёбиуса и алгебраического автоморфизма Аносова, численно получены следующие результаты. При $\epsilon \in (\epsilon^*; 0]$ (ϵ^* -бифуркационное значение параметра) диффеоморфизмы семейства являются топологически сопряженными диффеоморфизмами Аносова. При $\epsilon = \epsilon^*$ диффеоморфизм семейства уже не является структурно устойчивым, но топологически сопряжен диффеоморфизму Аносова. При переходе через значение параметра ϵ^* происходит бифуркация «вилка», в результате которой седловая неподвижная точка диффеоморфизма Аносова меняет свой тип и становится источником, а в ее окрестности рождаются две седловые неподвижные точки. При значениях параметра ϵ из интервала $(-0.5; \epsilon^*)$ неблуждающее множество диффеоморфизмов семейства $F_{1\epsilon}$ состоит из источниковой неподвижной точки и одномерного аттрактора.

Также с помощью численного эксперимента исследовано однопараметрическое семейство $F_{2\epsilon}$, заданное суперпозицией прямого произведения трех отображений Мёбиуса и алгебраического автоморфизма. Установлено, что при $\epsilon \in (\epsilon^*; 0]$ (ϵ^* -бифуркационное значение параметра) неблуждающее множество диффеоморфизмов из данного семейства состоит из двух базисных множеств, гомеоморфных двумерному тору, одно из которых является притягивающим, другое - отталкивающим, а ограничение $F_{2\epsilon}|_{T^2}$ на каждый из этих торов является диффеоморфизмом Аносова. При переходе через значение параметра ϵ^* происходит две бифуркации «вилка». При $\epsilon \in (-0.5; \epsilon^*)$ неблуждающее множество диффеоморфизмов

* Публикация подготовлена в ходе проведения исследования (№ 21-04-004) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ)» в 2021–2022 гг.

семейства $F_{2\epsilon}$ состоит из двух нетривиальных поверхностных базисных множеств (одномерный аттрактор и одномерное седловое базисное множество) и двух тривиальных базисных множеств (источниковая и седловая неподвижные точки).

MSC2020 37E30

On bifurcations in one-parameter families of diffeomorphisms that lead to the generation of one-dimensional basic sets

V. Z. Grines, D. I. Mints, Y. E. Petrova

HSE University