УДК 515.162.2

О топологии многообразий, допускающих каскады с гиперболическими неблуждающим множеством *

Гринес В.З.

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Мы изучаем топологию замкнутых гладких многообразия M^n, допускающих A-диффеоморфизм $f : M^n \to M^n$, то есть диффеоморфизм, удовлетворяющий аксиоме A С. Смейла:

- неблуждающее множество $NW(f)$ диффеоморфизма f является гиперболическим;
- множество периодических точек f плотно в $NW(f)$.

Согласно С. Смейлу, $NW(f)$ представляется в виде конечного объединения непересекающихся инвариантных замкнутых множеств, каждое из которых содержит транзитивную орбиту. Эти множества называются базисными.

Если размерность некоторого базисного множества Λ диффеоморфизма f больше единицы и совпадает с размерностью несущего многообразия M^n $(n > 1)$, то Λ единственно и совпадает со всем многообразием M^n. В этом случае диффеоморфизм f является диффеоморфизмом Аносова.

Согласно Дж. Фрэнксу и Ш. Ньюхаусу, если размерность каждого слоя неустойчивого или устойчивого слоения диффеоморфизма Аносова, заданного на многообразии M^n, равна единице, то M^n является n-тором.

Если размерность базисного множества Λ A-диффеоморфизма f равна $n-1$, то, согласно Р. Плыкину, Λ является либо аттрактором, либо репеллером. Более того, если Λ является растягивающимся аттрактором или сжимающимся репеллером, то он имеет локальную структуру произведения Канторова множества и (n-1)-диска. Автор доклада и Е. В. Жужома доказали, что если неблуждающее множество структурно устойчивого диффеоморфизма f содержит ориентируемый растягивающийся аттрактор (сжимающийся репеллер) коразмерности один, то несущее многообразие M^n является n-тором. Недавно они (вместе с В. Медведевым) доказали, что если неблуждающее множество А-диффеоморфизма f состоит из $k \geq 2$ растягивающихся аттракторов и сжимающихся репеллеров коразмерности один, то несущее многообразие M^n гомеоморфно связной сумме k копий тора $\mathbb{T}^n$ и $m \geq 0$ копий $\mathbb{S}^{n-1} \times \mathbb{S}^1$, где m зависит от свойств аттракторов и репеллеров.

Для $n = 3$, в [1] описана топологическая структура замкнутых ориентируемых 3-многообразий, допускающих структурно устойчивые диффеоморфизмы, неблуждающие множества которых состоят из базисных множеств размерности два.

Доклад будет посвящен обсуждению вышеописанных результатов и их применению к топологической классификации A-диффеоморфизмов на многообразиях. Для знакомства с основными сведениями и результатами по тематике доклада полезно обратиться к статьям и обзорам [1–3].

*Работа над докладом поддержана Российским научным фондом (проект 21-11-00010) а также лабораторией динамических систем и приложений НИУ ВШЭ, грант Министерства науки и высшего образования РФ (соглашение № 075-15-2019-1931).

References

1. Grines V., Pochinka O., Levchenko Yu., Medvedev V. The topological classification of structural stable 3-diffeomorphisms with two-dimensional basic sets // Nonlinearity. 2015. Vol. 28. P. 4081-4102.

2. Grines V., Pochinka O., Zhuzhoma E. V. Rough diffeomorphisms with basic sets of codimension one. Journal of Mathematical Sciences. 2017. Vol. 225. No. 2. P. 195-219.

3. Grines V., Gurevich E., Pochinka O., Zhuzhoma E. Classification of Morse-Smale systems and topological structure of the underlying manifolds. Russian Math. Surveys, 74(2019), No. 1, pp. 37-110.

MSC2020 37E30

On the topology of manifolds admitting cascades with hyperbolic non-wandering sets

V. Z. Grines

National Research University «Higher School of Economics»