

УДК 530.145.61

Классификация связанных состояний для соединенных проводящих слоёв*

Багмутов А. С., Попов И. Ю.

Университет ИТМО

Для моделирования волноводов используются Лапласианы с граничными условиями Дирихле, заданные на бесконечных полосах и проводящих слоях разной размерности. В таких системах локальные деформации создают возможности для формирования связанных состояний, энергия которых зависит от параметров деформации. Примеры таких систем можно найти в [1–3]. В настоящей работе рассматривается случай двух параллельных трехмерных проводящих слоев, соединенных через окно, форма которого варьируется. Для подобных систем спектр был исследован в [4]. Нашей целью является обнаружение зависимостей энергии связанных состояний от формы окна с использованием модели Хартри-Фока и последующих численных расчетов. Полученные решения авторы классифицируют по количеству и типу зон знакопостоянства (нодальных областей), обобщая случай классической нодальной теоремы Куранта.

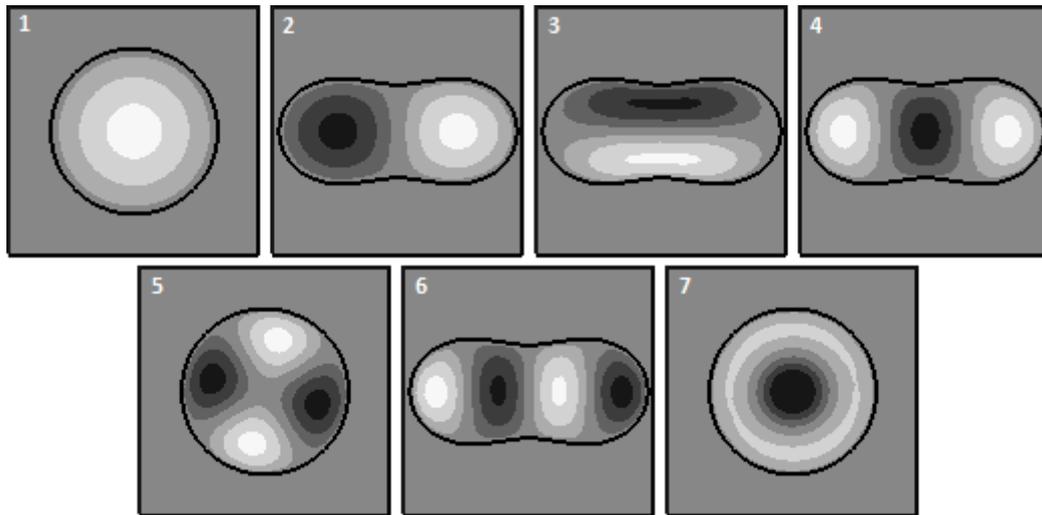


Рис. 1. Классификация связанных состояний в виде сечений через плоскость окна

В работе применена модель Хартри-Фока для случая взаимодействия двух частиц. Лапласиан системы тогда принимает вид $\hat{H} = \sum_k H_k + \frac{1}{2} \sum_{j \neq k} V_{j,k}$, где H_k – лапласианы отдельных частиц, $V_{j,k}$ – потенциал взаимодействия двух частиц, суммирование идет по количеству частиц. В качестве потенциала используется δ -потенциал. Для нахождения многочастичных решений был использован итеративный алгоритм.

Слева на рис. 2 приведены энергии различных типов состояний (см. рис. 1) как функции расстояния между фокусами овалов Кассини. Бледными линиями соответствуют энергиям для овальных окон. Справа на рис. 2 – энергии двухчастичного состояния с увеличением силы взаимодействия, обозначенные более темными линиями. Пунктиром обозначены нижние состояния из левой части рис. 2.

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-31-90050)

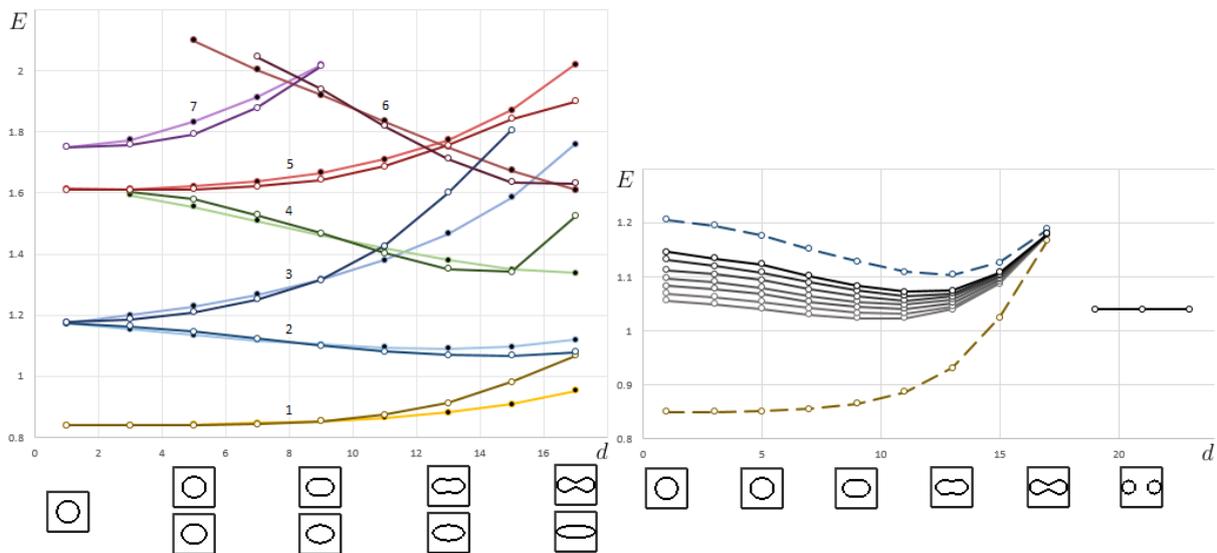


Рис. 2. Слева – энергии различных типов состояний. Справа – энергии двухчастичного состояния с увеличением силы взаимодействия.

На рис. 3 приведена зависимость энергий связанных состояний от силы поля (слева) и радиуса круглого окна (справа). Для этих расчетов предполагается, что электрическое поле симметрично относительно плоскости отверстия.

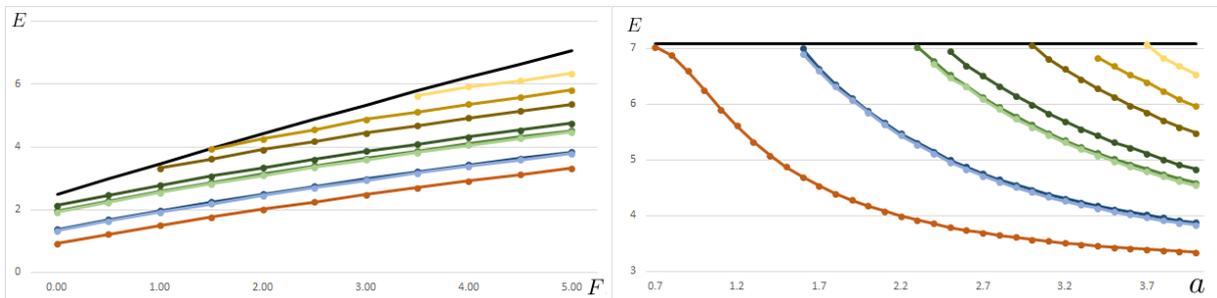


Рис. 3. Зависимость энергий связанных состояний от силы поля (слева) и радиуса круглого окна (справа)

Основным результатом исследования являются графики зависимости энергии связанных состояний от формы окна между слоями. В частности, мы рассматриваем окна двух типов: эллиптические и овалы Кассини. Площадь окна одинакова во всех случаях. Связанные состояния одной частицы мы классифицируем по количеству и типу зон знакопостоянства (рис. 1). Соответствующие указанной классификации энергии указаны на рис. 2. Также, мы рассматриваем двухчастичную систему и сравниваем уровни энергии с одночастичным случаем (рис. 2). Для случая симметричного внешнего поля зависимость энергий связанных состояний от интенсивности поля и радиуса круглого отверстия, приведены на рис. 3.

Таким образом, полученные результаты отвечают классической теореме Куранта, но различные в соответствии с нашей классификацией типы связанных состояний имеют совершенно различную динамику изменения энергии в зависимости от типа окна. Случаи двух частиц тесно связаны с параллельными случаями одной частицы определенного типа, что позволяет дать оценку основных характеристик. Также в работе рассмотрены возможности управления количеством и глубиной связанных состояний при вариации силы поля и площади отверстия.

Литература

1. Борисов Д. Дискретный спектр пары несимметричных волноводов, соединенных окном. // Сборник мат. 2006. Т. 197(4) С. 475–504.
2. Borisov D. Bound states in weakly deformed strips and layers / Borisov D., Exner P. and Gadylshin R. D. Krejcirik // Annales Henri Poincare. 2001. Т. 2(3). С. 553-572.
3. Popov I.Yu. Asymptotics of bound states and bands for laterally coupled waveguides and layers // J. Math. Phys. 2002. Т. 43(1). С. 215–234.
4. Borisov D. On the spectrum of two quantum layers coupled by a window // J. Phys. A: Math. Theor. 2007. Т. 40(19) С. 5045-5066.

MSC2020 81Q05

Classification of bound states for connected layers

A. S. Bagmutov, I. Yu. Popov
ITMO University