

УДК 519.63

## Исследование динамики эллипсоида вращения в однородном потоке вязкой жидкости в пакете Fluent

Сыромясов А. О., Гришаева О. В.

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет

В рамках работы проводится исследование обтекания неподвижного твердого эллипсоида вращения однородным потоком несжимаемой вязкой жидкостью. В зависимости от ориентации эллипсоида относительно потока вычисляется сила сопротивления, действующая на твердое тело, и подъемная сила. Вычисления проводятся в системе ANSYS Fluent.

Перед тем, как решать данную задачу, нужно разобрать более простую проблему обтекания неподвижного шара однородным потоком безграничной вязкой жидкости. Эта проблема включает в себя определение силы сопротивления, действующей на шар, и расчетной области, в которой решение, предоставляемое программой ANSYS, дает небольшую относительную погрешность по сравнению с формулой Стокса.

Жидкость будем считать несжимаемой, а течение – медленным, так что число Рейнольдса мало:

$$\text{Re} = \frac{\rho U l}{\eta} \ll 1. \quad (1)$$

Здесь  $U$  – характерная скорость течения,  $l$  – характерный размер обтекаемого тела,  $\rho$  и  $\eta$  – плотность и вязкость жидкости. Здесь и далее под  $U$  будем понимать неискаженную скорость потока, набегающего на тело.

Предположение (1) дает возможность использовать приближение Стокса для моделирования течения и, в конечном итоге, найти силу сопротивления, действующую на шар со стороны жидкости [1]:

$$F = 6\pi R\eta U. \quad (2)$$

В этой формуле  $R$  – радиус шара; соответственно, в (1) считается  $l = R$ .

Известно также уточнение формулы Стокса (2), справедливое при малых, но конечных числах Рейнольдса:

$$F_{prec} = 6\pi R\eta U \left( 1 + \frac{3}{8}\text{Re} - \frac{9}{40}\text{Re}^2 \ln\left(\frac{1}{\text{Re}}\right) \right). \quad (3)$$

Рассмотрев аналитическое решение задачи, перейдем к численному моделированию с помощью системы ANSYS Fluent. В связи с тем, что решатель этого пакета основан на методе конечных объемов, полностью избавиться от инерционных эффектов при моделировании течения затруднительно. Однако, подобрав соответствующие параметры жидкости, можно сделать инерционные эффекты малыми по сравнению с вязкими. Для этого опишем жидкость с плотностью  $\rho = 0.1$  кг/м<sup>3</sup> и вязкостью  $\eta = 10$  кг/м·с. Кроме того, будем считать, что  $R = 1$  м, а  $U$  принимает значения 0.01, 0.1 и 0.8 м/с. Тогда из (1) следует, что  $\text{Re} \leq 0.08$ , а значит, для расчета силы, действующей на шар, можно использовать формулы (2) и (3).

Разрабатывая модель течения во Fluent, нужно помнить, что приближение Стокса, из которого выводится (2), неприменимо на больших расстояниях от обтекаемого тела. Размеры  $r_0$  области, для которых указанное приближение корректно, должны удовлетворять следующему условию [1]:

$$r_0 \ll \frac{\nu}{U}, \quad (4)$$

где  $\nu = \eta/\rho$  — кинематическая вязкость жидкости.

Проведя расчеты, мы видим, что  $r_0 = 10$  м удовлетворяет условию (4).

Создадим расчетную область в виде цилиндра радиуса  $r_0$  и высоты  $2r_0$ ; обтекаемое тело расположим в его центре. Тогда, с одной стороны, приближение Стокса внутри цилиндра будет все еще справедливым; с другой стороны, границы цилиндра не будут оказывать существенного влияния на течение вблизи частицы, поскольку  $R \ll r_0$ .

После построения геометрии следует указать граничные условия [2]. Для этого поверхность полученного тела разбивается на несколько областей: образующие цилиндра, частица, входное и выходное отверстие. Частица считается неподвижной (тип граничного условия – неподвижная стенка или “Stationary Wall” в терминологии ANSYS Fluent). Основания цилиндра считаются источником и стоком скорости, соответственно (“Velocity Inlet” и “Velocity Outlet”); скорость течения  $U$  направлена по нормали к этим поверхностям.

Наибольший интерес представляет условие для стенок сосуда: нам удалось установить, что для описания однородного потока следует выбрать тип условия “Moving Wall” (подвижная стенка) и указать скорость движения вдоль по образующим цилиндра, равную  $U$ . Если же считать боковые стенки трубы неподвижными, то вместо однородного потока будет смоделирован параболический поток, аналогичный решению задачи Пуазейля [1].

Сравним действующую на частицу силу сопротивления, найденную аналитически по формулам (2) (3), и рассчитанную численно (назовем ее  $F_{ANSYS}$ ). Результаты сравнения занесем в табл. 1.

**Таблица 1.** Сравнение результатов, полученных численно и аналитически.

Re	$U$ , м/с	$F$ , Н	$F_{prec}$ , Н	$F_{ANSYS}$ , Н	$\delta_1$	$\delta_2$
0.0001	0.01	1.8849	1.885	1.885	0.005%	0%
0.01	0.1	18.849	18.856	18.854	0.03%	0.01%
0.008	0.8	150.796	151.238	151.183	0.2%	0.03%

Здесь  $\delta_1 = |F - F_{ANSYS}|/F_{ANSYS} \cdot 100\%$  и  $\delta_2 = |F_{prec} - F_{ANSYS}|/F_{ANSYS} \cdot 100\%$  суть относительные погрешности  $F_{ANSYS}$  по сравнению с  $F$  и  $F_{prec}$ , соответственно.

Как видно,  $\delta_1$  и  $\delta_2$  очень малы. Отсюда можно сделать вывод, что ANSYS Fluent позволяет моделировать и безынерционные течения с достаточно хорошей точностью, если правильно подобрать размер расчетной области. Как и следовало ожидать,  $\delta_2 < \delta_1$ , т.е. поток сильно вязкой жидкости, в котором присутствуют инерционные эффекты, моделируется во Fluent более точно.

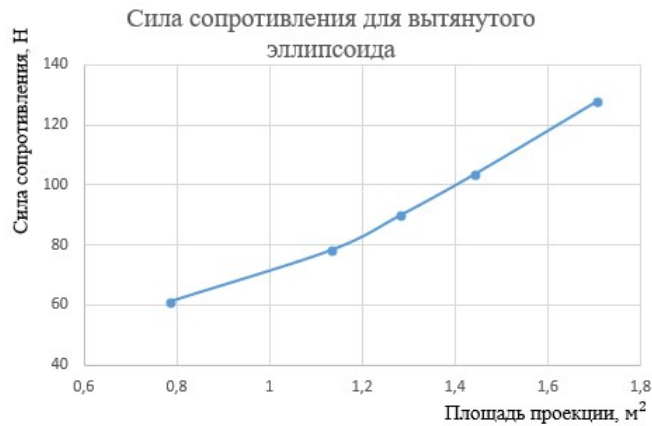
Как было ранее сказано, задача об обтекании шара является вспомогательной: она позволяет оценить значение  $r_0$ . Пользуясь полученным результатом, перейдем к решению задачи об эллипсоиде.

Будем рассматривать вытянутый и сплюснутый эллипсоиды вращения. Полуоси первого из них равны 1 м, 1 м и 0.5 м, а полуоси второго – 0.5 м, 0.5 м и 1 м. В каждом из случаев будем считать, что расчетная область имеет прежний размер, а центр эллипсоида совпадает с центром области. Рассмотрим несколько вариантов угла наклона каждого из тел вращения по отношению к оси трубы:  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $90^\circ$ . Плотность и вязкость жидкости сохраняются такими же, что и в предыдущей задаче, а скорость течения  $U$  считается равной 0.1 м/с.

Пользуясь данными, полученными при расчетах во Fluent, построим графики зависимости силы сопротивления от площади проекции частицы на плоскость, перпендикулярную

потоку. Напомним, что сила сопротивления – это компонента силы, действующей на инородное тело со стороны потока, которая направлена вдоль этого потока.

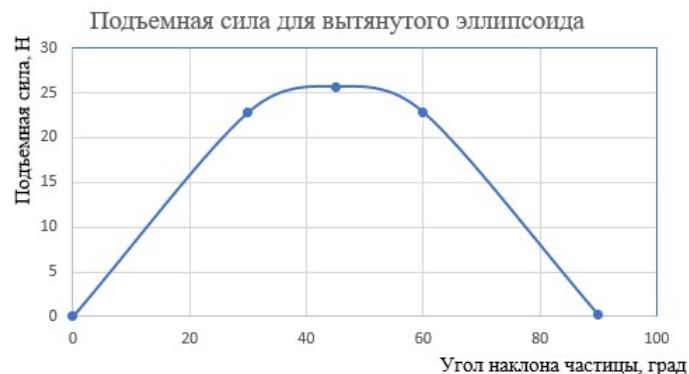
Рис. 1 отображает искомую зависимость для вытянутого эллипсоида. Зависимость для сплюснутого эллипсоида аналогична.



**Рис. 1.** Сила сопротивления для вытянутого эллипсоида.

В обоих случаях мы можем наблюдать, что чем больше упомянутая площадь (которая, в свою очередь, монотонно зависит от угла наклона оси эллипсоида), тем больше сила сопротивления. Этот результат логичен: чем в большей степени тело развернуто поперек потока, тем больше оно искажает течение и тем большее сопротивление испытывает.

Далее изобразим график зависимости действующей на эллипсоиды подъемной силы от угла наклона оси к направлению течения. Как известно [3], подъемная сила перпендикулярна направлению потока и образуется из-за того, что поток, обтекающий тело, перестает быть симметричным. На рис. 2 представлен результат для вытянутого эллипсоида.



**Рис. 2.** Подъемная сила для вытянутого эллипсоида.

Сплюснутый эллипсоид демонстрирует схожее поведение подъемной силы: максимум при угле наклона, равном  $45^\circ$ , и убывание до 0 при углах  $0^\circ$  и  $90^\circ$ . Такое поведение объяснимо тем, что именно при  $45^\circ$  асимметрия потока наиболее выражена. Напротив, при углах  $0^\circ$  и  $90^\circ$  поток, обтекающий частицу, симметричен, поскольку ось трубы (вдоль которой и происходит течение) в указанных случаях совпадает с одной из осей симметрии эллипсоида.

В будущем моделирование можно проводить при более высоком разрешении сетки, что

поможет увеличить точность вычислений. Кроме того, необходимо будет рассмотреть более широкий набор вариантов расположения частиц относительно оси трубы.

## **Литература**

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М. : Наука, 1986. 736 с.
2. Денисов М. А. Компьютерное проектирование. ANSYS. Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. 80 с.
3. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. 7-е изд., испр. М. : Дрофа, 2003. 840 с.

MSC2020 76D07, 76M12

## **Modeling of dynamics of ellipsoid of revolution in a uniform viscous flow using ANSYS Fluent**

A. O. Syromyasov, O. V. Grishaeva  
National Research Mordovia State University