

УДК 517.518

Реализация неявной схемы для решения уравнений газовой динамики с использованием разрывного метода Галеркина на неструктурированных сетках*

Масягин В. Ф.

МГУ им. Н. П. Огарева

В работе рассматривается трехмерная система уравнений Навье-Стокса:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) + \nabla p = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho E + p) \mathbf{v}) = 0, \quad (3)$$

дополненная подходящими начальными и граничными условиями, которые конкретизируются для каждой задачи. В системе (1)–(3) ρ - плотность, $\mathbf{v} = (u, v, w)$ - вектор скорости, p - давление, $E = \rho \left(e + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right)$ - полная энергия, e - внутренняя энергия. Система уравнений замыкается уравнением состояния $p = \rho e (\gamma - 1)$, где γ - показатель адиабаты.

Для пространственной аппроксимации уравнений используется метод Галеркина с разрывными базисными функциями. Производные по времени аппроксимируются с использованием схемы Эйлера.

Для нахождения значений функций на гранях в конвективных слагаемых используется потоковая функция Годунова.

Построение неявной схемы базируется на представлении системы уравнений в так называемой «дельта-форме», когда рассматриваются не сами искомые функции, а их приращения на каждом шаге по времени [1].

Полученную в результате СЛАУ решаем с использованием решателей из библиотеки NVIDIA AmgX [2]. В данной работе представлены результаты, полученные с использованием решателя PBICGSTAB.

Для обеспечения монотонности численного решения используется лимитер Кокбуерна [3]

Для верификации численного алгоритма решены 2 модельные задачи. В первой из них моделируется течение невязкого сжимаемого газа в плоском канале с клином при числе Маха, равным 2 [4]. На рис. 1 представлено распределение полей числа Маха и полного давления.

Во второй задаче моделируется трансзвуковое обтекание симметричного аэродинамического профиля NASA 0012 [5]. На рис. 2 представлено распределение полей числа Маха и давления. На рис. 3 представлено распределение коэффициента давления на поверхности профиля.

Представленные результаты находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными и известными численными решениями представленных выше задач. Для улучшения численных результатов в дальнейшем планируется учитывать эффекты вязкости и задействовать известные модели турбулентности.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-71-00131)

Convection-Dominated Problems, Advanced Numerical Approximation of Nonlinear Hyperbolic Equations. Lecture Notes in Mathematics. 1998. vol. 1697. pp. 151-268.

4. Волков К. Н., Дерюгин Ю. Н., Емельянов В. Н., Карпенко А. Г., Козелков А. С., Смирнов П. Г., Тетерина И. В. Реализация параллельных вычислений на графических процессорах в пакете вычислительной газовой динамики ЛОГОС // Выч. мет. программирование. 2013. Т. 14, № 3. С. 334–342.
5. Harris C. D. Two-dimensional Aerodynamic Characteristics of the NACA0012 Airfoil in the Langley 8-Foot Transonic Pressure Tunnel. NACA Technical Memorandum 81927. Langley Research Center. 1981.

MSC2020 65Q10

Implementation of an implicit scheme for solving gas dynamics equations using the discontinuous Galerkin method on unstructured grids

Masyagin V.F.

National Research Mordovia State University