

УДК 519.633.6; 536.21; 538.945

Математическое моделирование процесса теплоотдачи пленки нитрида ниобия при импульсном нагреве током

Кузьмичев Н. Д., Васютин М. А., Данилова Е. В., Лапшина Е. А.

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет

Нитрид ниобия (NbN) используется для сверхпроводящих болометров в радиоастрономии и терагерцовой спектроскопии (hot-electron bolometer, НЕВ) [1]. Тонкие пленки из NbN используются в качестве однофотонных детекторов (superconducting single-photon detectors, SSPDs) [2]. При проведении экспериментов по исследованию вольт-амперных характеристик (ВАХ), связанных с пропусканием через них сильного тока, необходимым является выполнение условия достаточного теплоотвода. Поэтому математическое моделирование процесса теплоотдачи пленок NbN при пропускании через них тока является актуальной и практически важной задачей. В программном обеспечении MathCad было решено одномерное неоднородное уравнение теплопроводности для определения распределения температуры $u(x,t)$ в системе пленка-подложка-термостат с использованием неявной разностной схемы (см., [3]). Уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), \quad (1)$$

где $a^2 = \lambda/c_p\rho = 4.3 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$ – коэффициент температуропроводности кварцевой подложки и пленки NbN, $c_p = 17 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ – удельная теплоёмкость подложки при 20 К [4], $\rho = 2.2 \text{ g}/\text{cm}^3$ – плотность подложки, $\lambda = 0.16 \text{ W}/(\text{m}\Delta\text{K})$ – теплопроводность подложки при 20 К, u – температура плёнки, t – время, x – координата с началом на внешней от подложки плоскости плёнки, направленная перпендикулярно в сторону подложки. $f(x, t) = P(x, t)/(c_{NbN} \cdot \rho_{NbN})$, $P(x, t)$ – объёмная плотность мощности источника тепла (плёнки), $c_{NbN} = 17 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ – удельная теплоёмкость NbN плёнки при $T = 14 \text{ K}$ (сумма решёточной и электронной теплоёмкости), $\rho_{NbN} = 8.4 \text{ g}/\text{cm}^3$ – плотность плёнки. Учитывая, что сила тока линейно возрастает за время t_0 от 0 до I_{max} , величина $P(x, t)$ определяется законом Джоуля-Ленца:

$$P(x, t) = \begin{cases} \rho \cdot j_0^2 \cdot t^2, & \text{если } x \leq d, t \leq t_0; \\ 0, & \text{если } x > d, t > t_0. \end{cases}$$

Здесь $\rho \approx 440 \mu\Omega \cdot \text{cm}$ – удельное сопротивление плёнки в нормальном состоянии, $j_0 = I_{max}/(d \cdot b \cdot t_0)$, d – толщина и b – ширина пленки.

Начальным условием будет функция $\psi(x)$, которая определяет начальную температуру системы. Задаем краевую задачу 3-го рода на левом конце в силу того, что левая граница пленки находится в теплообмене со средой, имеющей температуру $\phi_1(t)$. На правом конце будут граничные условия 1-го рода, т.к. подложка находится в контакте с термостатом имеющем температуру $\phi_2(t)$. Условия на границе пленка-подложка не определяем, так как коэффициенты температуропроводности пленки и подложки имеют приблизительно одинаковые значения. В итоге начально-краевые условия для уравнения (1) имеют вид:

$$\begin{cases} u(x, 0) = \psi(x); \\ \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = H[u(0,t) - \phi_1(t)]; \\ u(L, t) = \phi_2(t). \end{cases} \quad (2)$$

В нашем конкретном случае эксперимента имеем: $\psi(x) = \phi_1(t) = \phi_2(t) = 14\text{К}$. Нанесем на пространственно-временную область $0 < x < L, 0 < t < T_0$ конечно-разностную сетку $x_i = ih, t_j = j\tau$, с шагом по времени $\tau = T_0/M$, по x с шагом $h = L/N$. Здесь $0 \leq i \leq N, 0 \leq j \leq M$, L – толщина системы пленка-подложка, T_0 – временной интервал моделирования, N и M – количество шагов. Неявная конечно-разностная аппроксимация начально-краевой задачи (1) и (2) обладает устойчивостью [3] поэтому мы воспользуемся ею. Аппроксимация краевой задачи (2) на левом конце в нашем приближении $\frac{\partial u}{\partial x}|_{0,t} \approx \frac{u_1^{j+1} - u_0^{j+1}}{h} = H(u_0^{j+1} - \phi_1^{j+1})$ и имеет вид:

$$u_0^{j+1} = \frac{u_1^{j+1} + \delta\phi_1^{j+1}}{1 + \delta}, \quad (3)$$

где $\delta = hH$, а H – коэффициент теплообмена. На правом конце имеем: $u_N^j = \phi_2(j\tau) = \phi_2^j$. В итоге мы имеем M систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с 3-х диагональной матрицей:

$$\begin{cases} (1 + \sigma\lambda)u_1^{j+1} - \lambda u_2^{j+1} = u_1^j + \tau f_1^j + (\sigma - 1)\lambda\phi_1^{j+1}; \\ -\lambda u_{i-1}^{j+1} + (1 + 2\lambda)u_i^{j+1} - \lambda u_{i+1}^{j+1} = u_i^j + \tau f_i^j; \\ -\lambda u_{N-1}^{j+1} + (1 + 2\lambda)u_N^{j+1} = u_{N-1}^j + \tau f_{N-1}^j + \lambda\phi_2^{j+1}. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь: $\lambda = a^2\tau/h^2, 2 \leq i \leq N - 2, 0 \leq j \leq M - 1, \sigma = 1 + \frac{\delta}{1+\delta}$.

Температуру u_i^j на первом и последующих временных слоях получаем из решения СЛАУ (4) методом прогонки. При отсутствии теплообмена $\delta = 0$ будет 2-я краевая задача, а при $\delta = \infty$ - 1-я краевая задача. Результаты численных расчетов температуры $u(x, t)$ для $H = 10 \mu\text{m}^{-1}, L = 40 \mu\text{m}, t_0 = 250 \mu\text{s}$ и остальными вышеприведенными параметрами приведены на рис. 1.

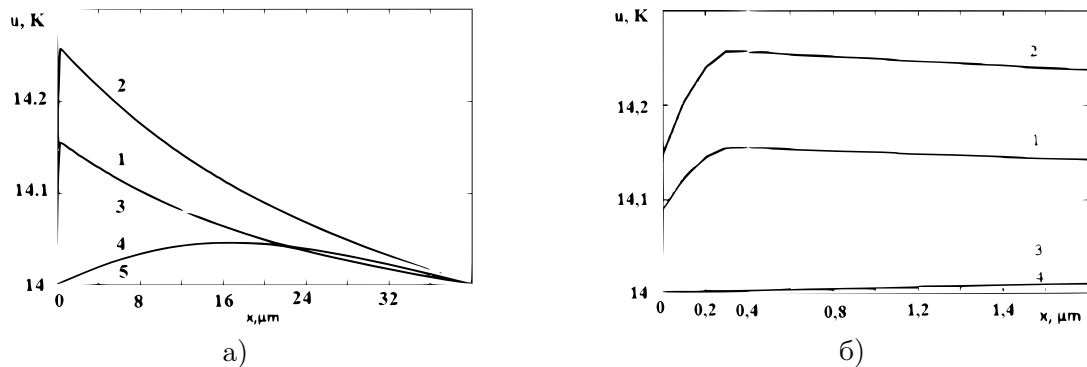


Рис. 1. Распределение температуры по толщине системы пленка-подложка в разные моменты времени после начала импульса. Цифрами обозначены моменты времени: 1 – 200 μs , 2 – 250 μs , 3 – 275 μs , 4 – 300 μs , 5 – 375 μs . На рис. 1б. серым цветом выделена область пленки.

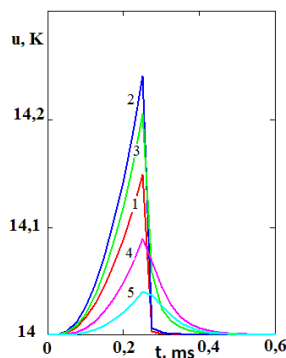


Рис. 2. Изменение температуры с течением времени в системе пленка-подложка в разных точках системы. Цифрами обозначены координаты x точек: 1 – $0 \mu m$, 2 – $0,2 \mu m$, 3 – $5 \mu m$, 4 – $20 \mu m$, 5 – $30 \mu m$.

При экспериментальном исследовании ВАХ плёнки необходимо обеспечить хороший теплоотвод, чтобы её нагрев не превышал нескольких десятых градуса. Поэтому результаты численного моделирования процесса теплоотдачи пленки настоящей работы актуальны.

Из полученных результатов приведенных рисунках 1 – 2 видно, что максимальная температура нагрева находится внутри пленки и наибольшее ее значение достигается в конце импульса. Максимальная разность температур поверхностей пленки достигается также в конце импульса и равна в нашем случае: $\Delta u_s = u(400nm, 250\mu s) - u(0, 250\mu s) \approx 0.12K$

Значение Δu_{max} при малых H с его ростом резко падает, а при H больше $20 \mu m^{-1}$ уменьшается медленно. Величина H неизвестна. Оценить ее с помощью симметрии задачи. Для этого вначале находилось такое значение H , при котором максимум нагрева плёнки приходился на её середину ($x = 0.2 \mu m$). Высокое значение параметра H могут обеспечить прижимные контакты с высокой теплопроводностью. В качестве материала контактов целесообразно использовать бериллиевую бронзу (BeCu). Т.к. теплопроводности подложки и контактов известны, то оценим H , учитывая, что площадь контактов составляет около 20% площади плёнки. Оценка составила $H = 50 \mu m^{-1}$.

Таким образом, при хорошем теплоотводе поверхностями пленки можно достичь нагрева пленки на $0.2 - 0.3 K$. Это достигается, применением прижимных контактов из бериллиевой бронзы, что позволяет проводить исследование ВАХ сверхпроводников с токами высокой плотности ($10^4 - 10^5 A/cm^2$) без значительного нагрева образцов. Полученный результат работы показывает, что небольшой рост температуры, вызванный импульсом тока, вносит незначительные искажения в реальные ВАХ.

Литература

1. Shurakov A., Lobanov Y., Goltsman G. Superconducting hot-electron bolometer: from the discovery of hot-electron phenomena to practical applications. Superconductor Science and Technology. 2016.
2. Zolotov P. I., Divochiy A. V., Vakhtomin Yu. B., Lubenchenko A. V., Morozov P. V., Shurkaeva I. V., Smirnov K. V. Influence of sputtering parameters on the main characteristics of ultra-thin vanadium nitride film. Journal of Physics: Conference Series. 2018 V. 1124. I. 5.
3. Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 406 с.

4. Таблицы физических величин. Справочник. Под ред. акад. И.К. Кикоина. М., Атомиздат. 1976, 1008 с.

MSC2020 35K20

Mathematical modeling of the heat transfer process of a niobium nitride film during pulsed heating by current

N. D. Kuzmichev , M. A. Vasyutin , E. V. Danilova , E. A. Lapshina

National Research Mordovia State University