

УДК 004.942

Моделирование движения парашютиста при снижении на стабилизирующем парашюте

Клочкова И. Ю., Винник Г. Н.

РВВДКУ

Процесс прыжка парашютиста можно разбить на следующие основные этапы: первый этап – падение после отделения от самолета; второй этап – снижение на стабилизирующем парашюте; третий этап – наполнение купола основного парашюта; четвертый этап – снижение на раскрытом парашюте. Рассмотрим второй этап прыжка. Составим систему дифференциальных уравнений, описывающую снижение на стабилизирующем парашюте. Снижение на стабилизирующем парашюте длится примерно 3 сек. Наполненный воздухом вытяжной парашют, будучи связанным с вершиной купола основного парашюта, вытягивает его вместе со стропами на всю их длину. Заметим, что в течение первых двух этапов, с момента отделения парашютиста от самолета до полного вытягивания купола и строп основного парашюта на всю их длину, парашют тормозящего действия еще не оказывает. Изменения падения скорости парашютиста происходит только в результате сопротивления воздуха, действующего на самого парашютиста [1].

Движение парашютиста на этапе снижения на стабилизирующем парашюте описывает следующая система дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{V}_x = c_1 + b_1 V_x + a_1 \sqrt{V_x^2 + V_z^2}, \\ \dot{V}_y = c_2 + b_2 V_y + a_2 \sqrt{V_y^2 + V_z^2}, \\ \dot{V}_z = c_3 + b_3 V_z + k_3 \sqrt{V_x^2 + V_z^2} + m_3 \sqrt{V_y^2 + V_z^2}, \end{cases} \quad (1)$$

где V_x – скорость парашютиста по координате x , V_y – скорость парашютиста по координате y , V_z – скорость парашютиста по координате z ; коэффициенты a_n, k_3, m_3 пропорциональны площади сечения тела S , поперечного по отношению к потоку, и форме тела; b_n определяется свойствами и плотностью среды, c_n зависит от ускорения свободного падения и массы тела. [2, 3]

С помощью программы GPS Logger, установленной на мобильное устройство, получены результаты измерения характеристик второго этапа прыжка парашютиста. На основании полученных данных сформирован массив, отображающий зависимость трех координат от времени.

Используя методы численного дифференцирования пакета прикладных программ Maple, определим скорость изменения пространственных координат для этапа снижения на стабилизирующем парашюте. С помощью метода регрессионного анализа построим линейные зависимости скоростей от пространственных координат. Полученные линейные зависимости определяют систему линейных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -2,3 - 0,005x + 0,008z, \\ \dot{y} = -29,7 + 0,0005y + 0,042z, \\ \dot{z} = -1,46 - 0,008x - 0,004y + 0,002z. \end{cases} \quad (2)$$

Для расчета коэффициентов системы (1) предлагается использовать значения скоростей и ускорений, полученные численными методами как решения системы (2). При этом

значения скоростей и ускорений определяемые системой (2) имеют гладкую структуру в отличие от значений скоростей, получаемых при расчете данных измерений трека парашютиста. С учетом систем (1), (2) построим математическую модель движения парашютиста на этапе снижения на стабилизирующем парашюте

$$\begin{cases} \dot{V}_x = -0,016 + 0,002V_x + 0,006\sqrt{V_x^2 + V_z^2}, \\ V_x = \dot{x}, \\ \dot{V}_y = -0,027 - 0,053V_y + 0,023\sqrt{V_y^2 + V_z^2}, \\ V_y = \dot{y}, \\ \dot{V}_z = -0,02 - 0,039V_z + 0,015\sqrt{V_x^2 + V_z^2} + 0,008\sqrt{V_y^2 + V_z^2}, \\ V_z = \dot{z}. \end{cases} \quad (3)$$

Система (3) позволяет получить теоретическую зависимость координат, скоростей и ускорений движения парашютиста от времени. Построим теоретическую и фактическую траектории парашютиста. Теоретическая траектория определяется решением системы дифференциальных уравнений (3) с начальными условиями $x(0) = 14,727; y(0) = 31,184; z(0) = 764,01; \dot{x}(0) = 1; \dot{y}(0) = 2,5; \dot{z}(0) = -1$. Произведено сравнение фактической и теоретической координат окончания первого этапа и начала второго этапа прыжка, получено расхождение в пределах 6 м.

Проанализируем полученные результаты, для этого рассчитаем индекс корреляции по каждой из трех координат теоретической и фактической траекторий прыжка. Получили следующие результаты: $r_{x,x^*} = 0,99; r_{y,y^*} = 0,98; r_{z,z^*} = 0,99$, на основании которых можем сделать вывод о том, что математическая модель (3) может быть использована для описания движения парашютиста на этапе снижения на стабилизирующем парашюте.

Литература

1. Лялин В. В., Морозов В. И., Пономарев А. Т. Парашютные системы М.: Физматлит, 2009, 506 с.
2. Ключкова И. Ю., Мельников Д. Г. Динамическая система, описывающая движение парашютиста // Вестник российской академии естественных наук. 2019. Т. 19, № 2. С. 76-78.
3. Мамонов С. С., Ключкова И. Ю. Моделирование движения парашютиста при раскрытом парашюте // Вестник рязанского радиотехнического университета. 2018. Т. 66. С. 64-70.

MSC2020 70E15

Modeling the movement of a parachutist while descending on a stabilizing parachute

I. U. Klochkova, G. N. Vinnik

RVVDKU