

УДК 519.865.1:519.853

Обратная задача теории рыночного спроса и непараметрический анализ спроса *

Горбунов В. К.¹, Львов А. Г.²

Ульяновский государственный университет¹,
ООО АК «ЭйрБриджКарго»²

Излагаются основные факты теории и методов решения обратной задачи теории потребительского рыночного спроса, разработанной в последние годы В.К. Горбуновым [1, 2, 3]. В отличие от современной неоклассической теории [4] в теории рыночного спроса исходным объектом является не индивид с нереалистичными свойствами строгой рациональности и независимости, а статистический ансамбль потребителей исследуемого рынка. Математическая модель рынка, формально совпадающая с моделью максимизации (индивидуальной) функции полезности [4, Ch. 3], вводится как научная гипотеза, подлежащая верификации по торговой статистике, представляющей данный рынок. Обратная задача теории рыночного спроса заключается в построении коллективной функции полезности, рационализирующей данную статистику. Такие задачи характеризуются неединственностью и неустойчивостью решений, т. е. относятся к некорректно поставленным задачам. Наиболее эффективным методом решения задачи построения функции полезности по торговой статистике является непараметрический метод анализа спроса Африата-Вэриана, основы которого заложены классической статьёй Сиднея Африата [5] и работами Хэла Вэриана [6, 7, 8]. Это направление развивалось многими авторами, в основном зарубежными, из которых для нашего исследования представляют интерес [9, 10]. В России данное направление использовалось для анализа конкретных рынков в [11, 12, 13] и других работах данных авторов в простейшем варианте предположения однородности предпочтений потребителей, причём с объявлением однородности как обязательного атрибута для рациональности потребительских предпочтений, аналогично позиции Африата [14]. Однако однородность предпочтений является упрощающим предположением, аналогичным линеаризации нелинейных процессов. Соответствующая гипотеза может не отвергаться при верификации модели максимизации полезности при достаточно высоком уровне агрегирования исходной статистики и учёте её приближенности, но в любом случае это свойство является упрощением реальности, на что обращали внимание П. Самуэльсон и С. Свэми в статье [15], центральной для теории экономических (аналитических, Конюса) индексов. Основная вычислительная проблема непараметрического анализа – решение систем линейных неравенств Африата, определяющих значения функции полезности и множителя Лагранжа (задачи максимизации функции полезности) на статистических данных о спросе, называемые "числами Африата". Эти числа определяют кусочно-линейную «функцию полезности Африата», рационализирующую данную статистику. Некорректность задачи построения функции полезности в рамках непараметрического анализа проявляется в множественности решений неравенств Африата, их возможной несовместности и неустойчивости. В работах [16, 17] предложен метод верификации модели максимизации коллективной функции полезности, использующий методы регуляризации конечномерных экстремальных задач [18-21], а также теорию аналитических индексов [15, 22], которые до настоящего времени относятся в зарубежной литературе и международном Руководстве по индексу потребительских цен [23] к индивидам или домохозяй-

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Ульяновской области (проект № 18-410-730017), а также РФФИ – проект № 19-010-00972.

ствам в виду отсутствия в неоклассической экономической теории адекватной реальности теории рыночного (совокупного) спроса. Аналитические индексы определяются функцией потребительских расходов, которая, в свою очередь, определяется функцией полезности. В рамках непараметрического анализа используется кусочно-линейная функция Африата. При этом упрощается задача построения аналитических индексов, но теряется возможность использования богатой аналитической теории спроса, развитой для регулярных предпочтений, представляемых однозначными непрерывно дифференцируемыми функциями спроса. Наш метод решения обратной задачи теории рыночного спроса заключается в релаксации неравенств Африата, обеспечивающей локальную хаусдорфову непрерывность множества их решений, и введении различных критериев отбора решений, формализующих желаемые характеристики аналитических индексов спроса: оптимизм, пессимизм, объективность. Также разработан метод построения дифференцируемых функций спроса с использованием чисел Африата, что делает возможным углублённый анализ рыночного спроса с привлечением его аналитической теории. Приводятся результаты построения аналитических индексов для модельного примера из Руководства [23] и реальных данных российской статистики с построением регулярного спроса Джири-Стоуна [24].

Литература

1. Горбунов В. К. Математическая модель потребительского спроса: Теория и прикладной потенциал. М.: Экономика, 2004.
2. Горбунов В. К. Потребительский спрос: Аналитическая теория и приложения. Ульяновск: УлГУ. 2015. URL: http://www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o_1945611.
3. Горбунов В. К. Математическое моделирование рыночного спроса: Учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. СПб.: Издательство «Лань». <https://lanbook.com/catalog/nauki-ob-obshchestve/matematiceskoe-modelirovanie-rynochnogo-sprosa/>
4. Mas-Colell A., Whinston M., Green J. Microeconomic Theory. New York: Oxford Univ. Press. 1995.
5. Afriat S. N. The construction of utility functions from expenditure data. International Economic Review. 1967. vol. 8, No. 1.
6. Varian H. The nonparametric approach to demand analysis. Econometrica. 1982. vol. 50, No. 4.
7. Varian H. Non-parametric tests of consumer behaviour. The Review of Economic Studies. 1983. vol. 50, No. 1.
8. Varian, H. Nonparametric analysis of optimizing behaviour with measurement error. Journal of Econometrics. 1994. vol. 30.
9. Diewert W.E. Afriat and revealed preference theory. Rev. Econ. Studies. 1973. vol. 40.
10. Fleissig A., Whitney G. Testing for the Significance of Violations of Afriat's Inequalities. Journal of Business and Economic Statistics. 2005. vol. 23, No. 3.
11. Поспелова Л. Я., Шананин А. А. Показатели нерациональности потребительского поведения и обобщенный непараметрический метод // Математическое моделирование. 1998. Т. 10. № 4. С. 105-116.

12. Кондраков И. А., Поспелова Л. Я., Шананин А. А. Обобщенный непараметрический метод. Применение к анализу товарных рынков // Труды МФТИ. 2010. Т. 2. № 3. С. 32-45.
13. Шананин А. А. Обратные задачи в проблеме экономических измерений // ЖВММФ. 2018. Т. 58. № 2. С. 181–191.
14. Afriat, Sydney. The Index Number Problem. Construction Theorems. – Oxford: Oxford University Press. 2014. (MR3185418 of V. Gorbunov).
15. Samuelson P. A., Swamy S. Invariant economic index numbers and canonical duality: Survey and synthesis. The American Economic Review. 1974. vol. 64. No 4.
16. Горбунов В. К., Львов А. Г. Обратная задача теории рыночного спроса и аналитические индексы спроса // Журнал СВМО. 2019. Т. 25. № 1. С. 89-110.
17. Горбунов В. К., Козлова Л. А., Львов А. Г. К проблеме построения аналитических индексов рыночного спроса: вариативный подход // Вопросы статистики. 2020. Т. 27, № 3.
18. Горбунов В. К. О регуляризации экстремальных задач // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1991. Т.31. № 2. С. 235-248.
19. Gorbunov V. K. Regularization of degenerated equations and inequalities under explicit data parameterization. Journal of Inverse and Ill-Posed Problems. 2001. vol. 9, No 6. pp. 575-594.
20. Горбунов В. К. Релаксационно-штрафной метод и вырожденные экстремальные задачи // Доклады АН. 2001. Т. 377. № 5. С. 583-587.
21. Горбунов В. К. Регуляризация нелинейных некорректных задач с параметризованными данными // Нелинейный анализ и нелинейные дифференциальные уравнения / Ред. Треногин В. А. и Филиппов А. Ф. М.: Физматлит, 2003. С. 418-447.
22. Diewert W. E. The economic theory of index numbers: a survey. Essays in Index Number Theory, Vol. I / W.E. Diewert and A.O. Nakamura (Editors). 1993. Ch.7.
23. Руководство по индексу потребительских цен: теория и практика. Вашингтон. МВФ. 2007.
24. Stone R. Linear Expenditure Systems and Demand Analysis: An Application to the Pattern of British Demand. The Economic Journal. 1954. vol. 64, No. 255, pp. 511-527.

MSC2020 91B42, 62P20, 91B82, 49N45

The inverse problem of the market demand theory and nonparametric demand analysis

V. K. Gorbunov¹, A. G. L'vov ²
Ulyanovsk State University ¹, AirBridgeCargo ²