

УДК 519.6

Моделирование акустических полей при обтекании тел потоком газа*

Багапов А. Р., Жалнин Р. В.

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет

Работа посвящена моделированию акустического поля при обтекании тел потоком идеального, нетеплопроводящего, невязкого газа. Модель основана на законах сохранения массы, энергии и импульса [1] в форме

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F^{(1)}U}{\partial x} + \frac{\partial F^{(2)}U}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

где

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, F^{(1)}(U) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(e + p) \end{pmatrix}, F^{(2)}(U) = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(e + p) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Для аппроксимации системы (2) использовалась нелинейная консервативная квазимонотонная дифференциально-разностная схема [2]:

$$\frac{dU_{ij}}{dt} + \frac{H_{i+\frac{1}{2}j}^{(1)} - H_{i-\frac{1}{2}j}^{(1)}}{h_x} + \frac{H_{ij+\frac{1}{2}}^{(2)} - H_{ij-\frac{1}{2}}^{(2)}}{h_y} = 0, \quad (3)$$

где $H_{i+\frac{1}{2}j}^{(1)} = H^{(1)}(U_{i+\frac{1}{2}j}^L, U_{i+\frac{1}{2}j}^R)$, $H_{ij+\frac{1}{2}}^{(2)} = H^{(2)}(U_{ij+\frac{1}{2}}^L, U_{ij+\frac{1}{2}}^R)$ - дискретные потоки, для которых должны выполняться условия согласования:

$$\begin{aligned} H^{(1)}(U_{ij}, U_{ij}) &= F^{(1)}(U_{ij}), \\ H^{(2)}(U_{ij}, U_{ij}) &= F^{(2)}(U_{ij}). \end{aligned}$$

Здесь $U_{i+\frac{1}{2}j}^L, U_{i+\frac{1}{2}j}^R$ - значения вектора консервативных переменных слева и справа от границы между ячейками с индексами (i, j) и $(i+1, j)$ соответственно, на которой вычисляется поток. Для вычисления этих значений слева и справа использовалась WENO-схема, обеспечивающая пятый порядок точности в области, где сохраняется гладкость решения. [3, 5, 6]

Для вычисления дискретных потоков использовалась схема HLLC. [4]

Для дискретизации по времени дифференциально-разностной схемы использовалась TVD-схема Рунге-Кутты третьего порядка [6]:

$$\begin{aligned} U^* &= U^n + \Delta t \cdot L(U^n), \\ U^{**} &= \frac{3}{4}U^n + \frac{1}{4}U^* + \frac{1}{4}\Delta t \cdot L(U^*), \\ U^{***} &= \frac{1}{3}U^n + \frac{2}{3}U^{**} + \Delta t \cdot L(U^{**}). \end{aligned} \quad (4)$$

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-41-130001

Для моделирования акустического поля была выбрана усреднённая по времени характеристика – общий уровень звукового давления (OASPL-Overall Sound Pressure Level), по которой можно судить об акустическом поле вокруг объекта на протяжении некоторого времени. [7]

$$OASPL(R) = 10 \log_{10} \left(\frac{\langle p'(R)^2 \rangle}{p_0^2} \right), \quad (5)$$

где $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Па – минимальный порог слышимости звука, $\langle p'(R)^2 \rangle$ – среднее значение квадрата колебаний давления в точке R , вычисляемое по формуле [8]:

$$\langle p'(R)^2 \rangle = \frac{\sum_{i=0}^{N_t} p_i'^2}{N_t}, \quad (6)$$

где

$$p'(R, t_i) = p(t_i) - p(t_{i-1}), \quad i = 1, \dots, N_t. \quad (7)$$

По описанным выше схемам и формулам получаем данные о газодинамических параметрах, которые визуализируются и анализируются.

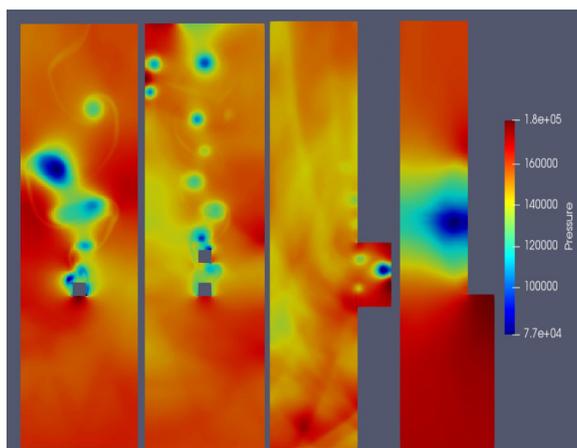


Рис. 1. Поле распределения давления для различных объектов.

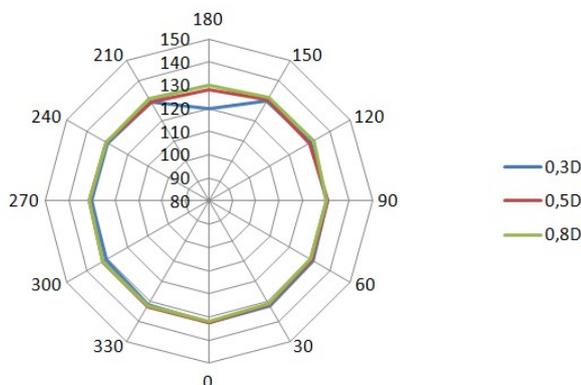


Рис. 2. Азимутальная диаграмма направленности OASPL для квадратного блока.

На основе визуализации полей давления и графиков общего уровня колебаний давления сделаны выводы об информативности рассмотрения ближнего поля течения газа, о процессах происходящих при обтекании объектов и об акустических явлениях, возникающих при этом.

Литература

1. Самарский А. А., Попов Ю. П. Разностные методы решения задач газовой динамики. М.: Наука. 1980. 424 с.
2. Тишкин В. Ф., Никишин В. В., Попов И. В., Фаворский А. П. Разностные схемы трехмерной газовой динамики для задачи о развитии неустойчивости Рихтмайера-Мешкова // Математическое моделирование. 1995. Т. 7, № 5. С. 15-25.
3. Jiang G.-S., Shu C.-W. Efficient implementation of weighted ENO schemes. Journal of computational physics. 1996. Vol. 126, No. 1. pp. 202-228.
4. Toro E. F. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2009. 724 p.
5. Жалнин Р. В., Змитренко Н. В., Ладонкина М. Е., Тишкин В. Ф. Численное моделирование развития неустойчивости Рихтмайера–Мешкова с использованием схем высокого порядка точности // Математическое моделирование. 2007. Т. 19, № 10. С. 61–66
6. Shu C.-W. Essentially non-oscillatory and weighted essentially non-oscillatory schemes for hyperbolic conservation laws // ICASE Report 97-65. 1997. 84 p.
7. Бобков В. Г. Численное моделирование обтекания винта вертолета и определение аэроакустических характеристик. Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Москва, 2018. 176 с.
8. Wijkер J. J. Spacecraft Structures. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Heidelberg, 2008. 504 p.

MSC2020 76M20; 76Q05

Modeling of acoustic fields during gas flow around bodies

A. R. Bagapov, R. V. Zhalnin

National Research Mordovia State University