

УДК 532.529:541.182

# Модель переноса частиц в неоднородно нагретой намагничивающейся или поляризующейся жидкости\*

Мартынов С. И.

Сургутский государственный университет

*Аннотация:* В статье представлены модели переноса частицы в неоднородно нагретой жидкости за счет сил, действующих на нее со стороны жидкости и приложенного электрического или магнитного поля. Получены общие выражения для сил и проведен качественный анализ динамики частицы в результате их действия.

*Ключевые слова:* градиент температуры, вязкая жидкость, частица, магнитное поле, электрическое поле.

## 1. Введение

Явление разделения веществ бинарной смеси в неоднородном температурном поле называется термодиффузией или эффектом Людвига-Соре [1]. Отношение коэффициента термодиффузии к коэффициенту обычной диффузии называется коэффициентом Соре  $S$ . В молекулярных системах -смесях газов, жидкостей, растворах солей – значения этого коэффициента весьма незначительны, что делает проблематичным использование явления термодиффузии в прикладных задачах. Иная ситуация с практическим применением эффекта Людвига-Соре в дисперсных системах – коллоидных растворах, суспензиях. Перенос микрочастиц под действием неоднородного температурного поля носит название термофореза. Долгое время считалось, что термофорез характерен только для аэрозолей и поэтому рассматривались теоретические модели переноса именно аэрозольных частиц [2]. Однако в экспериментах [3, 4] с магнитными жидкостями в однородном магнитном поле было обнаружено интенсивное миграционное движение твердых коллоидных частиц при наличии градиента температуры. Характерное значение коэффициента Соре такого термодиффузионного движения оказалось на два-три порядка больше максимальных значений для молекулярных систем. В работах [5, 6] делаются попытки теоретически обосновать такое перемещение в рамках различных моделей. Учитывая, что однородное магнитное поле не создает силы, действующей на частицы в таких дисперсных системах, то можно предполагать, что перемещение частиц определяется силой, зависящей как от градиента температуры, так и от величины напряженности приложенного поля. Наличие такой силы в намагничивающейся или поляризующейся неоднородно нагретой жидкости было теоретически показано в работах [7, 8]. Однако выражение для силы, действующей на частицу, были получены при различных упрощениях. Например, в работе [8] считалось, что коэффициенты теплопроводности частицы и жидкости одинаковые. Актуальность исследований по переносу частиц в неоднородно нагретой жидкости в магнитных или электрических полях связано так же с технологиями добычи трудно извлекаемых запасов нефти [9] и механизмами перемещения наномоторов [10, 11]. Казалось бы, что это две совершенно разные области как научных исследований, так и практической деятельности человека. Между тем один

---

\* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ, проект No 18-41-860002 р-а.

из перспективных методов воздействия на пласт с трудно извлекаемыми запасами нефти это использования электромагнитного поля, которое приводит к разогреву нефти. При использовании магнитной жидкости в качестве вспомогательного агента вытеснения нефти из пласта коэффициент подвижности нефти увеличился в 9,3 раза [9]. Другая современная область исследований, связанная с переносом частиц в неоднородно нагретой жидкости, это создание синтетических наномоторов, механизм перемещения которых связан с воздействием электрического или магнитного поля. Наличие неоднородного температурного поля обусловлено практическими условиями их применения, например, использование наномоторов в целях доставки терапевтической нагрузки в больные клетки человека. Во всех случаях необходимо модель переноса частиц в жидкости при наличии температурного и магнитного или электрического полей. Ниже рассматриваются модели переноса частиц в неоднородно нагретой жидкости в электрическом и магнитном поле с учетом изменения ее электрической или магнитной проницаемости от температуры.

## 2. Модель переноса частиц в неоднородно нагретой жидкости в электрическом поле

Создание двойного электрического слоя вокруг частиц является одним из способов предотвращения коагуляции частиц в дисперсных системах. Перенос частицы в такой жидкости при наличии градиента температуры и электрического поля определяется силами, действующими на нее со стороны жидкости и поля [12]. Рассмотрим сферическую частицу радиуса  $a$ , помещенную в жидкость вязкости  $\eta$  и скоростью  $\mathbf{u}$ , в которой имеются ионы двух сортов: отрицательно и положительно заряженные с некоторыми эффективными концентрациями  $n_1$  и  $n_2$ , зарядами  $e_1$  и  $e_2 = -e_1 = e > 0$ , скоростями  $v_1$  и  $v_2$ , подвижностью  $b_1$  и  $b_2$ , коэффициентами диффузии  $D_1$  и  $D_2$ , связанные с подвижностями ионов соотношениями Эйнштейна  $D_i = kTb_i, i = 1, 2$ . Будем предполагать, что в объеме среды не протекают реакции диссоциации нейтральных молекул на положительные и отрицательные ионы и процессы рекомбинации ионов. Однако на поверхности частицы может происходить каталитическая реакция жидкости, приводящая к появлению ионов разного знака. Такие реакции характерны для синтетических наномоторов в виде янус-частиц, механизм перемещения которых основан на так называемом автоэлектрофорезе. Суть этого механизма в том, что на поверхности частицы накапливаются заряды разных знаков и их можно рассматривать как диполь с моментом  $\mathbf{P}$ . Вокруг частицы создается электрическое поле напряженности  $\mathbf{E}$ , соответствующее полю диполя с таким моментом. Под действием этого поля ионы вокруг частицы приводят в движение жидкость, течение которой и формирует силу, перемещающую частицу. Течение жидкости может быть сформировано и действием внешнего электрического поля.

Механизм действия температуры на перемещение частицы в электрическом поле следующий. Неоднородное температурное поле меняет распределение ионов в жидкости и, следовательно, формируемое их движением течение жидкости. Кроме того, наличие неоднородного температурного поля приводит к изменению диэлектрической проницаемости окружающей частицу жидкости, что создает еще одну объемную силу, приводящую окружающую частицу жидкость в движение и создающую дополнительную силу, действующую на частицу.

Для вычисления силы, действующей на частицу и позволяющей описать динамику ее движения, необходимо знать распределения в жидкости скорости, давления, напряженности электрического поля и температуры. Будем предполагать, что параметры течения жидкости соответствуют малым числам Рейнольдса  $Re \ll 1$  и Пекле  $Pe \ll 1$ . Уравнения распределения давления  $p$ , скорости  $\mathbf{u}$ , температуры  $T_f$  в жидкости и в частице  $T_p$  в этом случае имеют вид:

$$\begin{aligned} \nabla \mathbf{u} &= 0, \quad \mathbf{f} - \nabla \mathbf{p} + \eta \Delta \mathbf{u} = \mathbf{0}, \\ \frac{\partial T_f}{\partial t} &= -\chi_f \Delta T_f, \quad \frac{\partial T_p}{\partial t} = -\chi_p \Delta T_p. \end{aligned}$$

Выражении для силы  $\mathbf{f}$ , действующей на единицу объема жидкости, имеет следующий вид:

$$\mathbf{f} = q\mathbf{E} - \frac{E^2}{8\pi} \frac{\partial \varepsilon_f}{\partial T} \nabla T,$$

здесь  $\varepsilon_f$  - диэлектрическая проницаемость жидкости,  $q$  - объемный электрический заряд в жидкости.

Граничные условия на поверхности частицы записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} u_i &= V_{0i} + \Omega_{ij} x_j, \quad |\mathbf{r}| = a, \\ T_f &= T_p, \quad \chi_f \nabla T_f \cdot \mathbf{n} = \chi_p \nabla T_p \cdot \mathbf{n}, \quad |\mathbf{r}| = a. \end{aligned}$$

Здесь, вектор  $\mathbf{V}_0$  обозначает линейную скорость частицы,  $\Omega_{ij}$  - тензор угловой скорости частицы,  $\mathbf{r}$  - радиус-вектор, соединяющий центр частицы с произвольной точкой жидкости,  $\chi_f$  и  $\chi_p$  - коэффициенты температуропроводности жидкости и частицы, соответственно,  $\mathbf{n}$  - вектор единичной нормали к поверхности частицы.

Далеко от частицы должны затухать возмущения от частицы

$$\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{U}_0, \quad \nabla T_f \rightarrow \nabla T_{f0}, \quad p \rightarrow p_0 \quad \text{при } |\mathbf{r}| \rightarrow \infty,$$

здесь  $\mathbf{U}_0$  - скорость,  $\nabla T_{f0}$  - градиент температуры,  $p_0$  - давление, заданные в жидкости далеко от частицы.

Поскольку жидкость и частица взаимодействуют с электрическим полем, то необходимо записать уравнения для электрического поля в жидкости и частице. В приближении электродинамики они имеют следующий вид для жидкости:

$$\begin{aligned} \nabla \varepsilon_f \mathbf{E} &= 4\pi q, \quad \nabla \times \mathbf{E} = 0, \quad q = \sum_i e_i n_i, \\ \frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \mathbf{v}_i) &= 0, \quad n_i \mathbf{v}_i = n_i \mathbf{u} \mp n_i b_i \mathbf{E} - D_i \nabla n_i, \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

Внутри диэлектрической частицы уравнения поля имеют вид:

$$\nabla \varepsilon_p \mathbf{E} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{E} = 0,$$

здесь  $\varepsilon_p$  - диэлектрическая проницаемость частицы.

С учетом того, что  $\mathbf{E} = \nabla \varphi$ , граничные условия на поверхности частицы имеют вид:

$$\varphi_f = \varphi_p, \quad \varepsilon_f \nabla \varphi_f \cdot \mathbf{n} = \varepsilon_p \nabla \varphi_p \cdot \mathbf{n}, \quad n_i \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{n} = \alpha_i \quad \text{при } |\mathbf{r}| = a, \quad i = 1, 2.$$

Коэффициенты  $\alpha_i$  определяют параметры поверхностных электрохимических процессов. Далеко от частицы в жидкости имеем следующие условия для электрического поля:

$$\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}_0, \quad n_i = n_{i0} \quad \text{при } |\mathbf{r}| \rightarrow \infty,$$

здесь  $\mathbf{E}_0$  и  $n_{i0}$  напряженность электрического поля и концентрация ионов далеко от частицы.

Решение приведенных выше уравнений позволяют определить силу, действующую на частицу со стороны жидкости и электрического поля. Линейная  $\mathbf{V}_0$  и  $\Omega_{ij}$  угловая скорости

частицы определяются из уравнений динамики, которые в безинерционном приближении имеют вид:

$$\mathbf{F}^{(e)} + \mathbf{F}^{(h)} = 0, \quad \mathbf{T}^{(e)} + \mathbf{T}^{(h)} = 0.$$

Здесь  $\mathbf{F}^{(h)}$  и  $\mathbf{T}^{(h)}$  сила и момент, действующие на частицу со стороны жидкости,  $\mathbf{F}^{(e)}$  и  $\mathbf{T}^{(e)}$  сила и момент, действующие на частицу со стороны электрического поля.

Необходимо отметить, что в неоднородно нагретой жидкости в поле силы тяжести возможно возникновение конвективного течения жидкости, которое влияет на перенос частицы. В поляризующихся или намагничивающихся жидкостях такую же роль, как сила тяжести, играют объемные силы, определяемые градиентами полей  $\alpha_f E \nabla E$  и  $\xi_f H \nabla H$ , что позволяет использовать такие жидкости в качестве теплоносителей в невесомости. Поскольку предполагается, что коэффициенты поляризации  $\alpha_f = (\varepsilon_f - 1)/4\pi$  и намагниченности  $\xi_f = (\mu_f - 1)/4\pi$  зависят от температуры, то и градиенты соответствующих полей также могут быть обусловлены только неоднородностью температурного поля. Чтобы исключить влияние конвективного течения на перенос частицы, здесь и далее рассматриваются такие градиенты температуры, при которых конвекция в жидкости отсутствует. Соответствующие ограничения на величину градиента температуры получаются так же, как и в случае отсутствия конвекции в поле силы тяжести, и в данной работе не приводятся.

### 3. Модель переноса частиц в неоднородно нагретой жидкости в магнитном поле

Другим способом предотвращения коагуляции частиц в дисперсных системах является использование защитного слоя из молекул поверхностно-активного вещества на поверхности частиц. Примером таких систем являются магнитные жидкости, состоящие из коллоидных магнитных частиц в жидкости-носителе. В неоднородном температурном поле частица, помещенная в такую жидкость, перемещается в результате действия сил со стороны жидкости и магнитного поля. Механизм влияния градиента температуры на перемещение частицы в магнитном поле во многом такой же, как и в электрическом поле. Неоднородное температурное поле меняет распределение дисперсных частиц в жидкости-носителе и, следовательно, ее магнитную проницаемость. Возникающий градиент магнитной проницаемости создаёт объёмную силу, приводящую окружающую частицу жидкость в движение. Таким образом получаем совместное воздействие на частицу жидкости и магнитного поля.

В приближении малых чисел Рейнольдса  $Re \ll 1$  и Пекле  $Pe \ll 1$  уравнения распределения давления  $p$ , скорости  $u$ , температуры  $T_f$  в жидкости и в частице  $T_p$  имеют вид:

$$\begin{aligned} \nabla \mathbf{u} &= 0, \quad \mathbf{f} - \nabla p + \eta \Delta \mathbf{u} = 0, \\ \frac{\partial T_f}{\partial t} &= -\chi_f \Delta T_f, \quad \frac{\partial T_p}{\partial t} = -\chi_p \Delta T_p. \end{aligned}$$

Выражении для силы  $\mathbf{f}$ , действующей на единицу объема жидкости, имеет следующий вид:

$$\mathbf{f} = -\frac{H^2}{8\pi} \frac{\partial \mu_f}{\partial T} \nabla T,$$

здесь  $\mu_f$  - магнитная проницаемость жидкости,  $\mathbf{H}$  - напряженность магнитного поля.

Граничные условия на поверхности частицы записываются следующим образом:

$$u_i = V_{0i} + \Omega_{ij}x_j, \quad |\mathbf{r}| = a,$$

$$T_f = T_p, \quad \chi_f \nabla T_f \cdot \mathbf{n} = \chi_p \nabla T_p \cdot \mathbf{n}, \quad |\mathbf{r}| = a.$$

Здесь, вектор  $\mathbf{V}_0$  обозначает линейную скорость частицы,  $\Omega_{ij}$  - тензор угловой скорости частицы,  $\mathbf{r}$  - радиус-вектор, соединяющий центр частицы с произвольной точкой жидкости,  $\chi_f$  и  $\chi_p$  - коэффициенты теплопроводности жидкости и частицы, соответственно,  $\mathbf{n}$  - вектор единичной нормали к поверхности частицы.

Далеко от частицы условия затухания возмущений

$$\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{U}_0, \quad \nabla T_f \rightarrow (\nabla T_f)_0, \quad p \rightarrow p_0 \quad \text{при } |\mathbf{r}| \rightarrow \infty,$$

здесь  $\mathbf{U}_0$  - скорость,  $\nabla T_{f0}$  - градиент температуры,  $p_0$  - давление, заданные в жидкости далеко от частицы.

Поскольку жидкость и частица взаимодействуют с магнитным полем, то необходимо записать уравнения для электрического поля в жидкости и частице. В приближении феррогидродинамики они имеют следующий вид для жидкости:

$$\nabla \mu_f \mathbf{H} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{H} = 0.$$

Внутри намагничивающейся частицы уравнения поля имеют вид:

$$\nabla \mu_p \mathbf{H} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{H} = 0,$$

здесь  $\mu_p$  - магнитная проницаемость частицы.

С учетом того, что  $\mathbf{H} = \nabla \varphi$ , граничные условия на поверхности частицы имеют вид:

$$\varphi_f = \varphi_p, \quad \mu_f \nabla \varphi_f \cdot \mathbf{n} = \mu_p \nabla \varphi_p \cdot \mathbf{n}, \quad |\mathbf{r}| = a.$$

Далеко от частицы в жидкости имеем следующие условия для электрического поля:

$$\mathbf{H} \rightarrow \mathbf{H}_0 \quad \text{при } |\mathbf{r}| \rightarrow \infty.$$

Так же, как и в случае электрического поля, решение приведенных выше уравнений позволяют определить силу, действующую на частицу со стороны жидкости и электрического поля. Линейная  $\mathbf{V}_0$  и  $\Omega_{ij}$  угловая скорости частицы определяются из уравнений динамики, которые в безинерционном приближении имеют вид:

$$\mathbf{F}^{(e)} + \mathbf{F}^{(h)} = 0, \quad \mathbf{T}^{(e)} + \mathbf{T}^{(h)} = 0.$$

Здесь  $\mathbf{F}^{(h)}$  и  $\mathbf{T}^{(h)}$  сила и момент, действующие на частицу со стороны жидкости,  $\mathbf{F}^{(e)}$  и  $\mathbf{T}^{(e)}$  сила и момент, действующие на частицу со стороны электрического поля.

Легко видеть, что в случае отсутствия зарядов в жидкости  $q = 0$  системы уравнений для перемещения частицы в электрическом и магнитном полях имеют аналогичный вид. Поэтому аналогичный вид имеют решения этих уравнений и, соответственно, зависимость перемещения от напряженности приложенного поля. Ниже рассматривается случай перемещения частицы в магнитном поле.

#### 4. Анализ возможного перемещения частицы в неоднородно нагретой жидкости во внешнем магнитном поле

Рассмотрим перемещение частицы в неоднородно нагретой жидкости во внешнем магнитном поле. Силы, действующие на частицу со стороны жидкости и поля, определяются следующим образом

$$F_i^{(h)} = \oint \left[ -p\delta_{ij} + \eta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] n_j ds, \quad F_i^{(e)} = \frac{1}{4\pi} \oint \left( \mu_f H_{fi} H_{fj} - \mu_f \frac{H_f^2}{2} \delta_{ij} \right) n_j ds.$$

Для получения явных выражений сил необходимо подставить распределения скорости, давления, температуры и напряженности магнитного поля в окружающей частицу жидкости, которые удовлетворяют приведенной выше системе уравнений. В общем случае найти решение данной системы уравнений представляет собой достаточно сложную задачу. В настоящей работе рассматривается случай квазистационарного движения частицы, когда параметры меняются так медленно, что производными по времени от параметров можно пренебречь по сравнению с другими членами уравнений. Кроме того, распределения искомых величин будем искать в линейном приближении по заданному градиенту температуры  $\nabla T_{f0}$ . Поскольку в рассматриваемой модели распределение температуры и напряженности магнитного поля не связаны с решением гидродинамической задачи, то необходимо сначала найти решения уравнений теплопроводности и магнитного поля в жидкости и частице с соответствующими граничными условиями. В выбранном приближении возмущения частицей потенциала магнитного поля  $\varphi_f$  и поля температуры с заданными напряжением  $\mathbf{H}_0$  и градиентом  $\nabla T_{f0}$  на бесконечности удовлетворяют одинаковым уравнениям и граничным условиям. Поэтому и решения для температурного и магнитного полей в жидкости вокруг частицы имеют одинаковый вид, приведенный ниже:

$$T_f = T_{f0} + (\nabla T_f)_0 \cdot \mathbf{x} \left( 1 + \frac{\chi_f - \chi_p}{2\chi_f + \chi_p} \frac{a^3}{X^3} \right),$$

$$\varphi_f = \varphi_{f0} + \mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{x} \left( 1 + \frac{\mu_f - \mu_p}{2\mu_f + \mu_p} \frac{a^3}{X^3} \right).$$

Здесь под параметрами  $T_{f0}$  и  $\varphi_{f0}$  понимаются значения температуры и потенциала магнитного поля в точке жидкости, занимаемой центром частицы, но как если бы ее там не было.

Найденные выражения для распределения температуры и потенциала магнитного поля позволяют определить силу  $\mathbf{f}$ , действующую на единицу объема жидкости. Будем полагать так же, что в линейном приближении по градиенту температуры градиент магнитной проницаемости представляется в следующем виде:

$$\nabla \mu_f = \left( \frac{\partial \mu_f}{\partial T} \right)_0 \nabla T_f.$$

Введем следующие обозначения

$$G = \frac{1}{8\pi} \left( \frac{\partial \mu_f}{\partial T} \right)_0, \quad A = \frac{\mu_{f0} - \mu_p}{2\mu_{f0} + \mu_p}, \quad B = \frac{\chi_f - \chi_p}{2\chi_f + \chi_p}.$$

Индексом "0" обозначены значения переменных величин в точке жидкости, занимаемой центром частицы. Учтем также, что напряженность магнитного поля в жидкости в отсутствие частицы определяется в линейном приближении по  $\nabla T_{f0}$  как

$$\mathbf{H}_f = \mathbf{H}_0 \left[ 1 - \frac{1}{\mu_{f0}} \left( \frac{\partial \mu_f}{\partial T} \right)_0 (\nabla T_f)_0 \cdot \mathbf{x} \right].$$

Учитывая все сказанное выше получаем следующее выражение для силы  $\mathbf{f}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{f} = & -G[H_0^2(\nabla T_f)_0 - H_0^2 B \frac{a^3}{X^3}(\nabla T_f)_0 + 3H_0^2 B \frac{a^3}{X^5}((\nabla T_f)_0 \cdot \mathbf{x})\mathbf{x} - \\ & -2AH_0^2 \frac{a^3}{X^3}(\nabla T_f)_0 + A^2 H_0^2 \frac{a^6}{X^6}(\nabla T_f)_0 + 6A \frac{a^3}{X^5}(\mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{x})^2(\nabla T_f)_0 + \\ & + 3A^2 \frac{a^6}{X^8}(\mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{x})^2(\nabla T_f)_0 + 2ABH^2 \frac{a^6}{X^6}(\nabla T_f)_0 - 6ABH_0^2 \frac{a^6}{X^8}((\nabla T_f)_0 \cdot \mathbf{x})\mathbf{x} - \\ & - A^2 B H^2 \frac{a^9}{X^9}(\nabla T_f)_0 + 3A^2 B H_0^2 \frac{a^9}{X^{11}}((\nabla T_f)_0 \cdot \mathbf{x})\mathbf{x} - 6AB \frac{a^6}{X^8}(\mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{x})^2(\nabla T_f)_0 - \\ & - 18AB \frac{a^6}{X^{10}}(\mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{x})^2((\nabla T_f)_0 \cdot \mathbf{x})\mathbf{x} - 3A^2 B \frac{a^9}{X^{11}}(\mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{x})^2(\nabla T_f)_0 - \\ & - 9A^2 B \frac{a^9}{X^{13}}(\mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{x})^2((\nabla T_f)_0 \cdot \mathbf{x})\mathbf{x}]. \end{aligned}$$

Зная силу, действующую на единицу объема жидкости, необходимо найти решение гидродинамических уравнений. Однако полученное выражение для силы  $\mathbf{f}$  достаточно сложное в плане функциональной зависимости от переменной  $X$ . Но поскольку уравнения линейные, то общее решение полученных линейных уравнений гидродинамики жидкости можно представить в виде суммы из частных решений, когда в выражении для силы  $\mathbf{f}$  берутся только слагаемые пропорциональные  $A$ ,  $A^2$ ,  $AB$  и  $A^2B$ , соответственно. Нахождение решение гидродинамических уравнений в каждом из четырех случаях представляет собой, вообще говоря, не тривиальную задачу. При нахождении решений использовались методы, разработанные в работах [12,13]. В настоящей работе, в виду сложности получения этих решений гидродинамических уравнений и громоздкости полученных выражений, подробные вычисления не приводятся.

Общий вид выражения для суммы сил  $\mathbf{F}^{(h)} + \mathbf{F}^{(e)}$  в случае произвольного внешнего магнитного поля записывается следующим образом:

$$\mathbf{F}^{(h)} + \mathbf{F}^{(e)} = -6\pi\eta a \mathbf{V}_0 + KH^2 \nabla \mu_f + L\mu_f \nabla H^2 + M(\mathbf{H} \cdot \nabla \mu_f)\mathbf{H}.$$

Учитывая найденные решения для распределения скорости, давления, температуры и потенциала магнитного поля в жидкости вокруг частицы и подставляя их в выражение для сил, действующих на частицу, после вычислений получим следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^{(h)} + \mathbf{F}^{(e)} = & -6\pi\eta a \mathbf{V}_0 + \frac{4\pi a^3}{3} [((K_1 - L_1)A + (K_2 - L_2)A^2 + (K_3 - L_3)AB + \\ & + (K_4 - L_4)A^2B)H_0^2 \nabla T_{f0} + (M_1A + M_2A^2 + M_3AB + M_4A^2B)(\mathbf{H}_0 \cdot \nabla T_{f0})\mathbf{H}_0]. \end{aligned}$$

Здесь безразмерные коэффициенты  $K_i$ ,  $L_i$ ,  $M_i$  ( $i = \overline{1,4}$ ) получаются в результате вычислений и определяются решениями уравнений гидродинамики и магнитного поля.

Приравнивая сумму сил к нулю, получаем выражение для скорости перемещения частицы  $\mathbf{V}_0$ . Как видно из приведенных выше выражений, скорость перемещения зависит от величины вектора напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}_0$  и его ориентации относительно градиента температуры  $\nabla T_{f0}$ . При ориентации вектора напряженности магнитного поля вдоль или перпендикулярно градиента температуры скорость частицы достигает, соответственно, максимального или минимального значения. Кроме того, в зависимости от относительных

значений намагниченности и температуропроводности жидкости и частицы значения параметров  $A$  и  $B$  могут иметь как положительные, так и отрицательные значения. Это означает, что направление скорости, а, следовательно, и перемещения частицы может происходить как по вектору градиента температуры, так и против него. Увеличение  $H_0$  приложенного магнитного поля увеличивает скорость перемещения частицы при любой его ориентации относительно градиента температуры. Таким образом, магнитное поле может быть использовано для управления перемещением частицы в неоднородно нагретой жидкости.

Поскольку модели, описывающие перемещение частицы в неоднородно нагретой жидкости в электрическом и магнитном полях, имеют аналогичные уравнения, а, следовательно, и аналогичные решения, то полученные выше результаты для магнитного поля, справедливы и для случая электрического поля.

## Литература

1. де Гроот С. Р., Мазур П. Неравновесная термодинамика. М., Мир. 1964. 456 с.
2. Баканов С П., Дерягин Б. В. Теория термофореза больших твердых аэрозольных частиц // ДАН СССР. 1962. Т. 147. № 1. с. 139-142.
3. Völker T., Blum E., Odenbach S. Thermodiffusion in magnetic fluids // J. Magn. Mater. 2002. vol. 252. pp. 218–220.
4. Völker T., Odenbach S. The influence of a uniform magnetic field on the Soret coefficient of magnetic nanoparticles // Phys. Fluids. 2003. vol. 15. 2198. Doi: 10.1063/1.1584435
5. Lange A. Magnetic Soret effect: Application of the ferrofluid dynamics theory // Phys. Rev. 2004. E 70. 046308. Doi: 10.1103/PhysRevE.70.046308
6. Sprenger L., Adrian Lange A., Odenbach S. Thermodiffusion in ferrofluids regarding thermomagnetic convection // C. R. Mecanique. 2013. vol. 341. pp. 429–437. Doi: 10.1016/j.crme.2013.02.005
7. Блум Э.Я. О термофорезе частиц в намагничивающихся суспензиях // Магнитн. гидродин. 1979. № 1. С. 23-27.
8. Мартынов С.И., Налетова В.А., Тиминин Г.А. Движение частиц в неоднородно нагретой намагничивающейся или поляризующейся жидкости. В сб.: Современные проблемы электрогидродинамики. М., МГУ. 1984. С.133-144.
9. Барышников А.А. Исследование и разработка технологии увеличения нефтеотдачи за счет вытеснения с применением электромагнитного поля. Дисс. ... канд. тех. н. Тюмень. 2014. 159 с.
10. Vissers T., van Blaaderen A., Imhof A. Band Formation in Mixtures of Oppositely Charged Colloids Driven by an ac Electric Field // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 106. Iss. 22. 228303. DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.228303.
11. Chen X-Z., Hoop M., Mushtaq F., Siringil E., Hu Ch., Nelson B. J., Pané S. Recent developments in magnetically driven micro- and nanorobots // Appl. Mat. Today. 2017. vol.9. pp. 37-48. DOI: 10.1016/j.apmt.2017.04.006
12. Мартынов С. И. Гидродинамическое взаимодействие частиц // Известия РАН. Механика жидкости и газа, 1998. № 2. С. 112-119.



13. Коновалова Н.И., Мартынов С.И. Моделирование динамики частиц в быстропеременном потоке вязкой жидкости // Жур. выч. мат. и мат. физ. 2012. Т. 52. № 12. с.1–13. DOI: 10.1134/S0965542512120093

MSC2020 76D07, 76D09, 76D17

## Particle transport model in a nonuniformly heated magnetized or polarized fluid

S. I. Martynov

Surgut State University

*Abstract:* The article presents models of particle transfer in a nonuniformly heated liquid due to forces acting on it from the side of the liquid and applied electric or magnetic field. General expressions for the forces are obtained and a qualitative analysis of particle dynamics as a result of their action is carried out.

*Keywords:* temperature gradient, viscous fluid, particle, magnetic field, electric field.

### References

1. de Groot S. R., Marur P. Nonequilibrium thermodynamics. Amsterdam: NorthHolland, 1962. 510 p. (In Russian).
2. Bakanov S.P., Deryagin B.V. Theory of thermophoresis of large solid aerosol particles. DAN SSSR. 1962. vol. 147. No. 1. pp. 139-142. (In Russian).
3. Völker T., Blumst E., Odenbach S. Thermodiffusion in magnetic fluids. J. Magn. Magn. Mater. 2002. vol. 252. pp. 218–220.
4. Völker T., Odenbach S. The influence of a uniform magnetic field on the Soret coefficient of magnetic nanoparticles. Phys. Fluids. 2003. vol. 15. 2198. Doi: 10.1063/1.1584435
5. Lange A. Magnetic Soret effect: Application of the ferrofluid dynamics theory. Phys. Rev. 2004. E 70. 046308. Doi: 10.1103/PhysRevE.70.046308
6. Sprenger L., Adrian Lange A., Odenbach S. Thermodiffusion in ferrofluids regarding thermomagnetic convection. C. R. Mecanique. 2013. V. 341. P. 429–437. Doi: 10.1016/j.crme.2013.02.005
7. Bloom E.Ya. On the thermophoresis of particles in magnetizable suspensions. Magnit. hydrodin. 1979. No. 1. p. 23-27. (In Russian).
8. Martynov S.I., Naletova V.A., Timinin G.A. Particle movement in a nonuniformly heated magnetized or polarized liquid. In: Modern problems of electrohydrodynamics. M., Moscow State University. 1984. p. 133-144. (In Russian).
9. Baryshnikov A.A. Research and development of technology for enhanced oil recovery through displacement using an electromagnetic field. Specialty 25.00.17 - Development and operation of oil and gas fields. Diss. Cand. tech. n. Tyumen. 2014. 159 p. (In Russian).

10. Vissers T., van Blaaderen A., Imhof A. Band Formation in Mixtures of Oppositely Charged Colloids Driven by an ac Electric Field. *Phys. Rev. Lett.* 2011. V. 106. Iss. 22. 228303. DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.228303.
11. Chen X-Z., Hoop M., Mushtaq F., Siringil E., Hu Ch., Nelson B. J., Pané S. Recent developments in magnetically driven micro- and nanorobots. *Appl. Mat. Today.* 2017. vol. 9. p. 37-48. DOI: 10.1016/j.apmt.2017.04.006
12. Martynov S.I. Hydrodynamic interaction of particles. *Fluid Dyn.* 1998. Issue 33. pp. 245-251. Doi: 10.1007/BF02698709 (In Russian).
13. Konovalova N.I., Martynov S.I. Simulation of Particle Dynamics in a Rapidly Varying Viscous Flow. *Comp. Math. and Math. Phys.* 2012. vol. 52. No. 12. pp. 2247–2259. DOI: 10.1016/j.apmt.2017.04.006 (In Russian).