

УДК 532.5:517.9

Численный эксперимент по исследованию динамики упругого элемента датчика давления *

Покладова Ю.В.¹, Мизхер У.Д.¹, Вельмисов П.А.¹

¹Ульяновский государственный технический университет¹

Аннотация: В работе предложена математическая модель механической системы «трубопровод-датчик давления», на основе которой исследуется динамика упругого элемента датчика. Представлены результаты численного эксперимента по исследованию динамики упругого элемента датчика давления в системах Mathematica и ANSYS.

Ключевые слова: датчик давления, упругий элемент, трубопровод, деформация, динамика, дифференциальные уравнения с частными производными, метод Бубнова-Галёркина, ANSYS.

1. Введение

В связи со сложностью и длительностью процесса изготовления датчиков давления, высокими требованиями к сокращению сроков разработки датчиков, к точности и стабильности характеристик, возникает необходимость разработки новых методов проектирования датчиков давления. Теоретическим и практическим вопросам конструирования датчиков давления посвящено много работ. Перечислим некоторые из последних [1–5]. Описанию датчиков измерительных систем, принципов их работы, технических характеристик посвящены работы [1, 6–8]. Некоторые работы посвящены описанию материалов и технологии изготовления датчиков [4, 5].

Особенностью эксплуатации датчиков давления в авиационных и ракетных двигателях является воздействие на них высоких температур и повышенных виброускорений, в наибольшей степени проявляющееся в переходных режимах работы двигателя. Такие экстремальные эксплуатационные условия приводят к дополнительной погрешности измерений, и даже к разрушению упругого чувствительного элемента датчика [1, 5]. Перспективным направлением в плане решения проблемы является задача оптимального проектирования механической системы «трубопровод – датчик давления». В системе датчик расположен на некотором расстоянии от двигателя и соединен с ним с помощью трубопровода, что позволяет ослабить воздействие температур и виброускорений. Математические модели системы «трубопровод-датчик давления» рассматривались, например, в [9–15]. Задача состоит в получении уравнений, связывающих закон изменения давления рабочей среды на входе в трубопровод (на выходе из камеры сгорания двигателя) и деформацию упругого элемента датчика и предназначенных для расчета давления в двигателе по величине деформации элемента.

Значительно ускорить исследования и проводить их на высоком техническом уровне позволяет математическое моделирование с использованием вычислительной техники. Проведение компьютерного моделирования позволяет сократить сроки разработки взаимодействующих с потоком жидкости или газа упругих элементов датчиков давления, снизить их себестоимость. В работе предложена модель механической системы «трубопровод – датчик

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Ульяновской области (проект № 18-41-730015).

давления», на основе которой проведен численный эксперимент по исследованию динамики упругого элемента датчика в системах Mathematica 12.0 и ANSYS (ANSYS Mechanical, ANSYS Fluent, Fluid Solid Interaction (FSI)).

2. Постановка задачи

Рассматривается задача о динамике упругого элемента конструкции, представляющей собой модель механической системы «трубопровод-датчик давления». Поле скоростей рабочей среды (идеального несжимаемого газа или жидкости) предполагается плоским, длина трубопровода – конечной (рис. 1).

Пусть на одном конце трубопровода задан закон изменения давления рабочей среды (например, на выходе из камеры сгорания двигателя), а на другом расположен датчик, предназначенный для измерения этого давления и содержащий в качестве составного элемента упругую пластину.

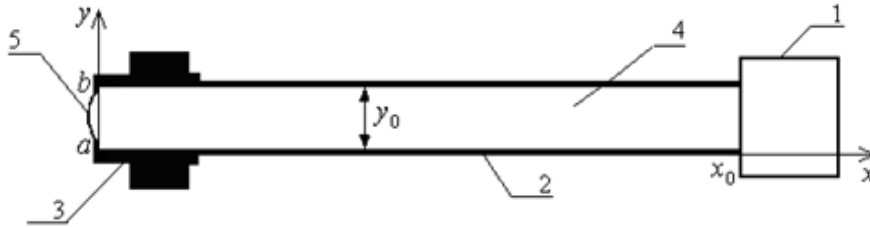


Рис. 1. Трубопровод конечной длины с упругим элементом на торцевой стенке.

На рис. 1: 1 – двигатель, 2 – трубопровод, 3 – датчик, 4 – рабочая среда, 5 – пластина (упругий элемент).

Предлагаемая математическая модель определяется следующими уравнениями и граничными условиями:

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} = 0, \quad (x, y) \in G = \{(x, y) : 0 < x < x_0, 0 < y < y_0\}, \quad (1)$$

$$\phi_y(x, 0, t) = \phi_y(x, y_0, t) = 0, \quad x \in (0, x_0), \quad (2)$$

$$\phi_x(0, y, t) = \dot{w}(y, t), \quad y \in (a, b), \quad 0 < a < b < y_0, \quad (3)$$

$$\phi_x(0, y, t) = 0, \quad y \in (0, a) \cup (b, y_0), \quad (4)$$

$$\tilde{P} - \rho\phi_t(x_0, y, t) = P_*(y, t), \quad y \in (0, y_0), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} L(w) &\equiv M\ddot{w} + Dw_{yyyy} + Nw_{yy} + \alpha\dot{w}_{yyy} + \beta\dot{w} + \gamma w = \\ &= P_0(y, t) - \tilde{P} + \rho\phi_t(0, y, t), \quad y \in (a, b). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь (1) – уравнение Лапласа, описывающее движение рабочей среды в трубопроводе; (2)-(4) – условия непротекания среды через соответствующие границы; условие (5) задает закон изменения давления на входе в трубопровод; (6) – уравнение динамики пластины; x, y – декартовы координаты, t – время; $\phi(x, y, t)$ – потенциал скорости среды; $w(y, t)$ – прогиб упругого элемента; \tilde{P} – давление рабочей среды в трубопроводе в состоянии покоя; ρ – плотность среды; $P_*(y, t)$ – закон распределения давления среды в сечении $x = x_0$ (на выходе из двигателя); $P_0(y, t)$ – распределенная внешняя нагрузка, действующая на упругий элемент; x_0, y_0 – продольный и поперечный размеры трубопровода; a, b – координаты концов упругого элемента; M, D – погонная масса и изгибная жёсткость пластины; N – сжимающее (растягивающее) пластину усилие; α – коэффициент внутреннего демпфирования; β и γ –

коэффициенты демпфирования и жёсткости основания; нижние индексы x, y, t обозначают частные производные по x, y, t , точка – частную производную по t .

Решая аэрогидродинамическую задачу методом Фурье [9,10,12,13], получим уравнение, связывающее деформацию упругого элемента датчика и давление на входе в трубопровод:

$$L(w) = P_0(y, t) - \frac{\rho x_0}{y_0} \int_a^b \ddot{w}(y, t) dy - \frac{1}{y_0} \int_0^{y_0} P_*(y, t) dy -$$

$$- \frac{2\rho}{y_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\lambda_n y)}{\operatorname{ch}(\lambda_n x_0)} \left[\int_0^{y_0} \frac{P_*(y, t) dy}{\rho} \cos(\lambda_n y) + \frac{\operatorname{sh}(\lambda_n x_0)}{\lambda_n} \int_a^b \ddot{w}(y, t) \cos(\lambda_n y) dy \right].$$

Функцию деформации $w(y, t)$ будем искать в виде $w(y, t) = \sum_{k=1}^n w_k(t) g_k(y)$, где $\{g_k(y)\}_{k=1}^{\infty}$ – полная на $[a, b]$ система базисных функций, удовлетворяющих граничным условиям, соответствующим условиям закрепления пластины. В результате применения метода Галеркина для уравнений и начальных условий получим задачу Коши для неизвестных функций $w_k(t)$. Полученная задача Коши является основой для проведения численного эксперимента.

3. Численный эксперимент

Задача Коши решается с помощью системы Mathematica. Исследовалась деформация элемента как функция времени (в фиксированных точках элемента) и как функция координаты (в фиксированные моменты времени) для различных параметров механической системы.

В случае шарнирного закрепления концов упругого элемента искомую функцию деформации $w(y, t)$ ищем в виде $w(y, t) = \sum_{k=1}^n w_k(t) \sin(\lambda_k(x - a))$, $\lambda_k = \frac{\pi k}{b - a}$. Рабочая среда – воздух $\rho = 1$. Пластина изготовлена из алюминия ($E = 7.1 \cdot 10^{10}$, $\rho_0 = 2770$, коэффициент Пуассона $\nu = 0.33$, $h_{pl} = 0.001$ – толщина пластинки). Значения параметров: $n = 3$, $x_0 = 3$, $y_0 = 0.03$, $a = 0$, $b = y_0$, $\alpha = 0.02$, $\beta = 0.3$, $\gamma = 0$, $P_0(y, t) = 0$, $P_*(y, t) = 2 \cdot 10^6 + 10^5 \cos(10t)$, $y_* = (a + b)/2$. Начальные условия зададим в виде: $w(x, 0) = 0$, $\dot{w}(x, 0) = 0$. Все значения приведены в единицах СИ.

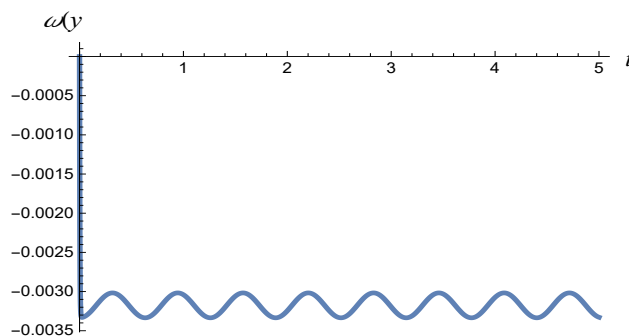


Рис. 2. График деформации $w(y_*, t)$ в случае шарнирного закрепления.

В случае жёсткого закрепления концов упругого элемента искомую функцию дефор-

мации $w(y, t)$ ищем в виде $w(y, t) = \sum_{k=1}^n w_k(t)\psi_k(y)$, где

$$\psi_k(y) = \operatorname{ch}(\mu_k(y - a)) - \cos(\mu_k(y - a)) - \frac{\operatorname{ch}(\mu_k(b - a)) - \cos(\mu_k(b - a))}{\operatorname{sh}(\mu_k(b - a)) - \sin(\mu_k(b - a))} (\operatorname{sh}(\mu_k(y - a)) - \sin(\mu_k(y - a))),$$

при этом μ_k находятся из уравнения $\operatorname{ch}(\mu_k(b - a)) \cos(\mu_k(b - a)) = 1$ ($k = 1, \dots, n$). Функции $\{\psi_k(y)\}_{k=1}^{\infty}$ ортогональны на $[a, b]$, т.е. $\int_a^b \psi_i(y)\psi_j(y)dy = 0$ при $i \neq j$.

Для указанных выше значений параметров получим график функции $w(y_*, t)$ в случае жёсткого закрепления концов упругого элемента (рис. 3).

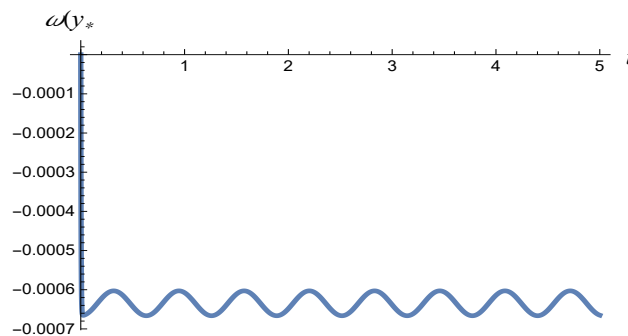


Рис. 3. График деформации $w(y_*, t)$ в случае жёсткого закрепления.

Для исследования динамики упругого элемента датчика давления применялась также система ANSYS. Для указанных выше параметров механической системы получены графики деформации упругого элемента датчика давления в случае шарнирного (рис. 4) и жёсткого (рис. 5) закреплений концов упругого элемента.

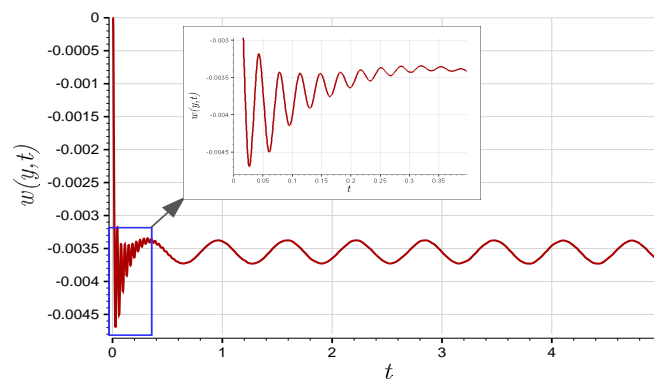


Рис. 4. График деформации упругого элемента в случае шарнирного закрепления (ANSYS).

Как видно из рис. 2–5, графики деформации упругого элемента, полученные в системах Mathematica и ANSYS, в целом мало различаются. В ANSYS используются уравнения Эйлера для идеальной несжимаемой среды [16], которые содержат производные по времени u_t, v_t , а уравнение Лапласа (1) подобных членов с производной по времени не содержит. Уравнения Эйлера более точно описывают развитие динамического процесса в начальный момент времени, поэтому наблюдается отличие графиков в начальный момент времени.

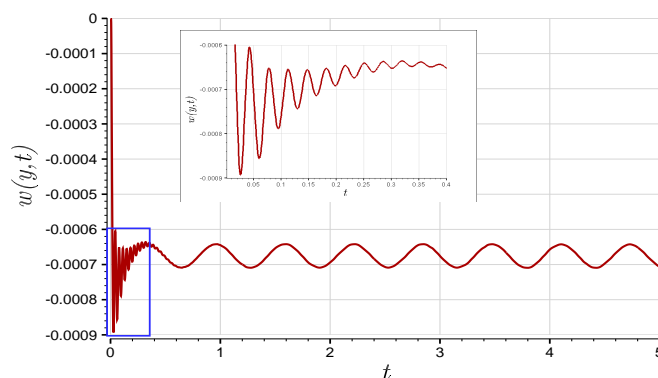


Рис. 5. График деформации упругого элемента в случае жёсткого закрепления (ANSYS).

4. Заключение

В работе рассмотрена математическая модель механической системы «трубопровод-датчик давления», на основе которой исследуется динамика упругого элемента датчика. Численно-аналитическое решение основано на методе Бубнова-Галёркина. Представлены результаты численного эксперимента по исследованию динамики упругого элемента датчика давления в системах Mathematica и ANSYS.

Литература

1. Pirogov S.P., Cherentsov D.A. Theoretical foundations of the design of vibration-resistant manometers. Measurement techniques. 2016. Т. 59, № 8. P. 845-849.
2. Михайлов П.Г., Сазонов А.О., Ожикенов К.А. Вопросы конструирования датчиков для измерения давления высокотемпературных сред. Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. 2015. №2 (12). С. 10-18.
3. Mikhajlov P.G., Slesarev Y., Chulkov V.A. Mathematical modeling of combined sensor information - measuring systems // International Journal of applied engineering research. 2016. V. 11, No 20. P. 10332-10337.
4. Савченко Е.Г., Светухин В.В., Стучебников В.М., Устинов А.А. Керамические упругие элементы в тензопреобразователях давления на основе структур кнс // Датчики и системы. 2014. №10 (185). С. 58-62.
5. Михайлов П.Г., Мокров Е.А., Сергеев Д.А., Скотников В.В., Петрин В.А., Чернецов М.А. Чувствительные элементы высокотемпературных датчиков давления. Материалы и технологии изготовления // Известия ЮФУ. Технические науки. 2014. №4 (153). С. 204-213.
6. Казарян А.А., Грошев Г.П. Универсальный датчик давления // Измерительная техника. 2008. №3. С. 26-30.
7. Мартыненко В.Т. Исследование причин, влияющих на погрешность преобразования датчиков разности давлений «Сапфир-22» // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2005. № 6. С. 31-33.
8. Эткин Л.Г. Виброчастотные датчики. Теория и практика. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2004. 408 с.

9. Анкилов А.В., Вельмисов П.А., Горбоконенко В.Д., Покладова Ю.В. Математическое моделирование механической системы "трубопровод—датчик давления". Ульяновск: УлГТУ, 2008. 188 с.
10. Вельмисов П.А., Покладова Ю.В. Исследование динамики деформируемых элементов некоторых аэрогидроупругих систем. Ульяновск: УлГТУ. 2018. 152 с.
11. Вельмисов П.А., Покладова Ю.В., Серебрянникова Е.С. Математическое моделирование системы "трубопровод - датчик давления" // Журнал Средневолжского математического общества. 2010. Т. 12, № 4. С. 85-93.
12. Вельмисов П.А., Покладова Ю.В., Серебрянникова Е.С. Математическая модель одной гидроупругой системы // Журнал Средневолжского математического общества. 2006. Т. 8, № 2. С. 93-98.
13. Покладова Ю.В., Решетников Ю.А. Математическое моделирование динамики упругого элемента датчика давления в трубопроводе конечной длины // Прикладная математика и механика (Ульяновск). 2004. № 6. С. 114-120.
14. Vel'misov P.A., Pokladova Yu.V. Investigation of dynamics of an elastic element of a pressure sensor // Applications of Mathematics in Engineering and Economics. Soft trade, Sofia, Bulgaria. 2006. P. 51-57.
15. Вельмисов П.А., Покладова Ю.В. О некоторых математических моделях механической системы «трубопровод - датчик давления» // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2011. №1 (29). С. 137-144.
16. ANSYS FLUENT 12.0. Theory Guide. April, 2009.

MSC2010 76D05 35B40

Numerical experiment to study the dynamics of the elastic element of the pressure sensor

Yu.V. Pokladova ¹, U.J. Mizher ¹, P.A. Velmisov ¹

Ulyanovsk State Technical University ¹

Abstract: The paper proposed a mathematical model of the mechanical system "pipeline - pressure sensor", on the basis of which the dynamics of the elastic element of the sensor is investigated. Results of a numerical experiment to investigate the dynamics of the elastic pressure sensor element in Mathematica and ANSYS systems.

Keywords: pressure sensor, elastic element, pipeline, deformation, dynamics, partial differential equations, Bubnov-Galerkin method, ANSYS.

References

1. Pirogov S.P., Cherentsov D.A. Theoretical foundations of the design of vibration-resistant manometers. Measurement techniques. 2016. V. 59, No. 8. P. 845-849.
2. Mikhailov P.G., Sazonov A.O., Ozhikenov K.A. The design of sensors for measuring the pressure of high-temperature environments. Measurement. Monitoring. Management. Control. 2015. No. 2 (12). P. 10-18.

3. Mikhajlov P.G., Slesarev Y., Chulkov V.A. Mathematical modeling of combined sensor information - measuring systems. International Journal of applied engineering research. 2016. V.11, No.20. P. 10332-10337.
4. Savchenko E.G., Svetukhin V.V., Stuchebnikov V.M., Ustinov A.A. Ceramic elastic elements in pressure strain gages on the basis of kns structures. Sensors and systems. 2014. No. 10 (185). P. 58-62.
5. Mikhailov P.G., Mokrov E.A., Sergeev D.A., Skotnikov V.V., Petrin V.A., Chernetsov M.A. Sensitive elements of high-temperature pressure sensors. Materials and manufacturing technology. News SFU. Technical science. 2014. No. 4 (153). P. 204-213.
6. Kazaryan A.A., Groshev G.P. Universal pressure sensor. Measuring equipment. 2008. No. 3. P.26-30.
7. Martynenko V.T. Investigation of the causes affecting the error of conversion of differential pressure sensors "Sapphire-22". Devices and systems. Management, monitoring, diagnostics. 2005. No. 6. P. 33.
8. Etkin L.G. Vibration sensors. Theory and practice. M.: Publishing House of the MSTU. N.E. Bauman. 2004. 408 p.
9. Ankilov A.V., Velmisov P.A., Gorbokonenko V.D., Pokladova Yu.V. Mathematical modeling of the mechanical system "pipeline-pressure sensor". Ulyanovsk: UISTU, 2008. 188 с.
10. Velmisov P.A, Pokladova Yu.V. The study of the dynamics of deformable elements of some aerohydroelastic systems. Ulyanovsk: UISTU. 2018. 152 p.
11. Velmisov P.A., Pokladova Yu.V., Serebryannikova E.S. Mathematical modeling of the system "pipeline - pressure sensor". Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva. 2010. Vol. 12, No. 4. P. 85-93.
12. Velmisov P.A., Pokladova Yu.V., Serebryannikova E.S. Mathematical model of one hydroelastic system. Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva. 2006. Vol. 8, No. 2. P. 93-98.
13. Pokladova Yu.V., Reshetnikov Yu.A. Mathematical modeling of the dynamics of the elastic element of the pressure sensor in the pipeline of finite length. Applied Mathematics and Mechanics (Ulyanovsk). 2004. No. 6. P. 114-120.
14. Velmisov P.A., Pokladova Yu.V. Investigation of dynamics of an elastic element of a pressure sensor. Applications of Mathematics in Engineering and Economics. Soft trade, Sofia, Bulgaria. 2006. P. 51-57.
15. Velmisov P.A, Pokladova Yu.V. On some mathematical models of the mechanical system "pipeline-pressure sensor". Bulletin of the Samara State Technical University. Series: Technical Sciences. 2011. No. 1 (29). P. 137-144.
16. ANSYS FLUENT 12.0. Theory Guide. April, 2009.