

УДК 519.63

Применение разрывного метода Галёркина для моделирования двумерных течений многокомпонентной смеси идеальных газов на адаптивных локально измельчающихся сетках*

Жалнин Р.В.¹, Масягин В.Ф.¹, Пескова Е.Е.¹, Тишкин В.Ф.²

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет¹,
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН²

Моделирование течений многокомпонентной смеси газов является важной задачей для многих областей современной науки и техники. К таким областям относятся авиационная промышленность, химическая технология, нефтегазовая промышленность и многие другие. В настоящее время к точности получаемого численного решения и времени расчета предъявляются высокие требования. Перспективными подходами к решению поставленных задач является использование численных методов высокого порядка точности, применение технологий параллельного программирования и использование локальной адаптации расчетной сетки.

На сегодняшний день одним из наиболее перспективных методов высокого порядка точности является метод Галёркина с разрывными базисными функциями. Данный метод активно развивается в работах как отечественных [1–4], так и зарубежных [5, 6] авторов. Он обладает рядом замечательных свойств, которые обуславливают интерес к нему среди исследователей. К таким свойствам следует отнести локальный характер уравнений, возможность работы с сетками различной структуры, хорошая адаптация к граничным условиям различного типа, компактный шаблон и др.

Активно ведутся работы по развитию библиотек для динамической локальной адаптации расчётных сеток. К таким библиотекам относится `r4est`, реализующая возможность параллельного адаптивного измельчения сетки [7]. Данная библиотека обладает хорошо продуманной структурой и оптимизирована для работы с технологией параллельных вычислений MPI.

В данной работе представлен численный алгоритм для решения уравнений газовой динамики смеси идеальных газов на адаптивных локально измельчающихся сетках. При построении численного алгоритма используется метод Галёркина с разрывными базисными функциями. Для избежания появления нефизических осцилляций вблизи разрывов применяется лимитер Барта-Йесперсена [8]. Реализация построенной схемы базируется на структуре данных и алгоритмах библиотеки `r4est`. С помощью разработанного метода проведено математическое моделирование развития неустойчивости Рихтмайера-Мешкова [9] и решена задача о тройном распаде разрыва [10, 11]. Полученные результаты хорошо согласуются с известными решениями данных задач, а полученная картина решения подробно описывает динамику рассматриваемых сложных течений.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-41-130001, проект № 18-31-00102), Минобрнауки РФ (№ 1.6958.2017/8.9) и гранта Президента РФ для молодых российских ученых — кандидатов наук (МК-2007.2018.1). Работа Тишкина В.Ф. выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 17-71-30014).

Литература

1. Краснов М. М., Ладонкина М. Е., Тишкин В. Ф. Реализация разрывного метода Галеркина в программном комплексе DGM // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2018. № 245. 31 с.
2. Ладонкина М. Е., Неклюдова О. А., Тишкин В. Ф. Построение лимитера для разрывного метода Галеркина на основе усреднения решения // Матем. моделирование. 2018. Т. 30, № 5. С. 99–116.
3. Криксин Ю. А., Тишкин В. Ф. Вариационная энтропийная регуляризация разрывного метода Галеркина для уравнений газовой динамики // Матем. моделирование. 2019. Т. 31, № 5. С. 69–84.
4. Брагин М. Д., Криксин Ю. А., Тишкин В. Ф. Верификация одного метода энтропийной регуляризации разрывных схем Галеркина для уравнений гиперболического типа // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2019. №. 018. 25 с.
5. Cockburn B., Shu Ch.-W. Runge-Kutta Discontinuous Galerkin Methods for Convection-Dominated Problems // Journal of Scientific Computing. 2001. Vol. 16. Issue 3. P. 173–261.
6. Chen T., Shu Ch.-W. Entropy stable high order discontinuous Galerkin methods with suitable quadrature rules for hyperbolic conservation laws // Journal of Computational Physics. 2017. Vol. 345. P. 427–461.
7. Burstedde C., Wilcox L. C., Ghattas O. p4est: Scalable Algorithms for Parallel Adaptive Mesh Refinement on Forests of Octrees // SIAM Journal on Scientific Computing. 2011. Vol. 33. Issue 3. P. 1103–1133.
8. Barth T. J., Jespersen D. C. The design and application of upwind schemes on unstructured meshes // AIAA Paper. 1989. Issue 89-0366.
9. Жалнин Р. В., Змитренко Н. В., Ладонкина М. Е., Тишкин В. Ф. Численное моделирование развития неустойчивости Рихтмайера–Мешкова с использованием схем высокого порядка точности // Матем. моделирование. 2007. Т. 19, № 10. С. 61–66.
10. Kucharik M., Garimella R. V., Schofield S. P., Shashkov M. J. A comparative study of interface reconstruction methods for multi-material ale simulations // Journal of Computational Physics. 2009. Vol. 229. Issue 7. P. 2432–2452.
11. Kucharik M., Shashkov M. J. Conservative multi-material remap for staggered multi-material arbitrary lagrangian-eulerian methods // Journal of Computational Physics. 2014. Vol. 258. P. 268–304.

MSC2010 35Q30, 76N15

Application of the discontinuous Galerkin method to modeling two-dimensional flows of a multicomponent mixture of ideal gases using local adaptive mesh refinement

R.V. Zhalnin¹, V.F. Masyagin¹, E.E. Peskova¹, V.F. Tishkin²

National Research Ogarev Mordovia State University¹, Keldysh Institute of Applied Mathematics²