

УДК 517.938.5

О простой дуге, соединяющей обобщенный и классический DA -диффеоморфизмы на трехмерном торе*

Гринес В.З.¹, Круглов Е.В.², Починка О.В.¹

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»¹,
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского²

Хирургия Смейла позволяет получить из ановского автоморфизма трехмерного тора так называемый (классический) DA -диффеоморфизм, неблуждающее множество которого состоит из единственного растягивающегося двумерного аттрактора и конечного числа периодических источников. Под обобщенным DA -диффеоморфизмом понимается структурно устойчивый диффеоморфизм трехмерного тора, неблуждающее множество которого содержит двумерный растягивающийся аттрактор. В [2], [3] было установлено, что в неблуждающем множестве такого диффеоморфизма кроме двумерного аттрактора имеется лишь конечное число источниковых и седловых периодических орбит.

В настоящем докладе описывается сценарий перехода через простые бифуркации от обобщенного DA -диффеоморфизма к классическому. Подробный обзор результатов, касающихся диффеоморфизмов, имеющих базисные множества коразмерности один, действующих на n -мерных, $n \geq 2$, замкнутых многообразиях без края, содержится в обзоре [1]. Топологическая классификация структурно устойчивых диффеоморфизмов с ориентируемыми растягивающимися аттракторами коразмерности один на замкнутых n -многообразиях при $n \geq 3$ получена в [2–5]. В частности, в работе [4] доказано, что для исследуемых диффеоморфизмов многообразие M^n гомотопически эквивалентно тору T^n , а в случае $n \neq 4$ многообразие M^n гомеоморфно тору T^n . В работе [6] доказано, что в случае $n = 3$ не существует структурно устойчивых диффеоморфизмов с неориентируемыми растягивающимися аттракторами коразмерности один. Наличие простой дуги, связывающей любой структурно устойчивый диффеоморфизм n -мерного тора, $n \geq 4$, неблуждающее множество которого содержит растягивающийся ориентируемый аттрактор коразмерности один, с классическим DA -диффеоморфизмом анонсировано в работе [7]. В этой же работе отмечается, что в случае, когда размерность несущего многообразия равна трём, препятствием для аналогичного вывода служит возможность наличия одномерных сепаратрис изолированных седловых периодических точек, замыкания которых являются дикими. Однако, в работе [8] доказано, что такая ситуация, на самом деле, невозможна, что позволяет доказать следующий результат.

Теорема 1. *Существует простая гладкая дуга, соединяющая любой обобщенный DA -диффеоморфизм с классическим DA -диффеоморфизмом.*

Литература

1. Гринес В. З., Жужома Е. В., Починка О. В. Грубые диффеоморфизмы с базисными множествами коразмерности один // Современная математика. Фундаментальные направления. 2015. Т. 57. С. 5–30.

* Доклад подготовлен при частичной финансовой поддержке Российского Научного Фонда (проект 17-11-01041)

2. Гринес В. З., Жужома Е. В. О топологической классификации ориентируемых аттракторов на n -мерном торе // *Успехи математических наук*. 1979. Т. 35, № 4. С. 185–186.
3. Гринес В. З., Жужома Е. В. О грубых диффеоморфизмах с растягивающимися аттракторами и сжимающимися репеллерами коразмерности один // *Доклады РАН*. 2000. Т. 374. С. 274–276.
4. Гринес В. З., Жужома Е. В. Структурно устойчивые диффеоморфизмы с базисными множествами коразмерности один // *Известия РАН, серия математическая*. 2002. Т. 66, № 2. С. 3–66.
5. V. Grines, E. Zhuzhoma On structurally stable diffeomorphisms with codimension one expanding attractors // *Trans. Amer. Math. Soc.* 2005. V. 357, No. 2. P. 617-667.
6. Жужома Е. В., Медведев В. С. О неориентируемых двумерных бвзисных множествах на 3-многообразиях // *Математический сборник*. 2002. Т. 193, № 6. С. 83–104.
7. Жужома Е. В., Медведев В. С. О типичной диффеотопии грубого диффеоморфизма с растягивающимися аттракторами коразмерности один // *Математические заметки*. 2003. Т. 74, № 3. С. 478–480.
8. V. Z. Grines, E. V. Kruglov, T. V. Medvedev, O. V. Pochinka On embedding of arcs and circles in 3-manifolds in an application to dynamics of rough 3-diffeomorphisms with two-dimensional expanding attractor. 2018. <http://arxiv.org/pdf/1812.01436.pdf> 16 p.

MSC2010 37D20

On the simple arc connecting generalized and classical DA-diffeomorphisms on 3-dimensional torus

V.Z. Grines¹, E.V. Kruglov², O.V. Pochinka¹

National Research University – Higher School of Economics¹, Lobachevsky State
University of Nizhny Novgorod²