

УДК 537.531:004.42

## **Разработка алгоритма и программы расчета параметров электромагнитного излучения плоского проводника**

В.Ф. Белов<sup>1</sup>, А.А. Буткина<sup>1</sup>, С.О. Костров<sup>1</sup>, А.В. Шамаев<sup>1</sup>

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет  
им. Н.П. Огарева<sup>1</sup>

*Аннотация:* В работе предложен алгоритм и выбран метод решения задачи расчета параметров электромагнитного излучения плоского проводника, обеспечивающий максимальную вычислительную эффективность ее решения. На основе данного метода разработана программа расчета электрической и магнитной составляющей электромагнитного излучения плоского проводника в заданной точке пространства, которая может применяться при решении задач виртуальной сертификации электронных устройств.

*Ключевые слова:* электромагнитное излучение, метод моментов, базисная функция, интегральное уравнение электрического поля, виртуальная сертификация.

Плоские проводники повсеместно используются в различных технических устройствах, в частности, они размещаются на печатных платах, предназначенных для размещения и организации взаимодействия компонентов электронных устройств. По мере усложнения таких печатных плат (увеличение количества слоев, уменьшение размеров проводников, увеличение количества и плотности компонентов) требуются все более точные методы для их проектирования. К таким методам относится расчет электромагнитных (ЭМ) полей в объеме и ближайшей окрестности печатной платы.

Современные системы автоматизированного проектирования (САПР) и моделирования электронных устройств, производимые как в России, так и за рубежом, которые позволяют проводить такие расчеты, зачастую не обеспечивают требуемой точности определения параметров ЭМ поля, либо не являются свободно распространяемыми и имеют крайне высокую стоимость.

Кроме того, задача определения уровня эмиссии электромагнитных помех на определенной частоте в заданной точке пространства должна многократно решаться при выполнении виртуальной сертификации электронных устройств.

Указанные факты обосновывают актуальность проведения исследования, посвященного разработке алгоритма и программы расчета параметров электромагнитного поля, создаваемого плоским проводником прямоугольной формы в заданной точке пространства.

В большинстве современных САПР используются три метода решения электродинамических задач:

- метод моментов (Method of Moments – MoM);
- метод конечных элементов (Finite Element Method – FEM);
- метод конечных разностей во временной области (Finite Difference Time Domain – FDTD).

Эти методы моделирования используют схожий подход к решению электродинамических задач. При этом процесс моделирования включает следующие основные шаги:

- **Создание физической модели.** На этом шаге создается топология (расположение) и определяются свойства материальных объектов, использованных в этой топологии.
- **Настройка параметров ЭМ моделирования.** Определяется область моделирования и граничные условия, выбираются специальные опции моделирования;
- **Выполнение ЭМ моделирования.** Физическая модель подвергается дискретизации путем разбиения сеткой на ячейки. Затем с помощью локальной (базисной) функции выполняется аппроксимация поля/тока в пределах ячейки.
- **Последующая обработка.** Расчет S-параметров характеристик излучения в дальней зоне и т.п.

В качестве метода решения электродинамических задач, используемого для вычисления параметров поля, был выбран метод моментов. Этот выбор обусловлен тем, что данный метод обеспечивает высокую скорость и точность решения указанных задач при низких требованиях к вычислительным ресурсам.

Метод моментов обеспечивает решение уравнений Максвелла в интегральной форме в частотной области. Основным его достоинством является то, что он является «методом источника», то есть при его применении дискретизируется только источник излучения (поля), а не свободное пространство, как в случае использования других методов. При этом объем используемой памяти компьютера пропорционален геометрии задачи и частоте.

Рассмотрим решение поставленной задачи данным методом. Пусть  $S$  – поверхность проводника,  $E^{-i}$  – поле, создаваемое некоторым источником. Это поле индуцирует на  $S$  поверхностный ток. Тогда поле  $E^{-s}$ , создаваемое проводником, может быть вычислено по формуле

$$E^{-s} = -j\omega\bar{A} - \nabla\Phi, \quad (1)$$

которая соответствует интегральному уравнению электрического поля (Electric Field Integral Equation – EFIE) [1], где векторный и скалярный потенциал электромагнитного поля определяются по формулам:

$$\bar{A}(\bar{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_s \frac{e^{-j\bar{r}R}}{R} dS, \quad (2)$$

$$\Phi(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_s \sigma \frac{e^{-j\bar{r}R}}{R} ds. \quad (3)$$

Для решения данного уравнения методом моментов необходимо представить неизвестную плотность поверхностного тока  $\bar{J}$  в виде суммы известных функций с некоторыми коэффициентами, которые в методе моментов называются базисными:

$$\bar{J} = \sum_{n=1}^N I_n \bar{f}_n. \quad (4)$$

В данной работе в качестве базисных используются RWG функции, разработанные Рао, Уилтоном и Глиссоном [2] и являющиеся одним из самых главных научных достижений в области расчета поля антенн.

При их использовании для решения плоских задач поверхность проводника должна быть разбита на отдельные треугольники (Рис. 1). При этом каждая пара треугольников, имеющих общее ребро, образует соответствующий RWG элемент.

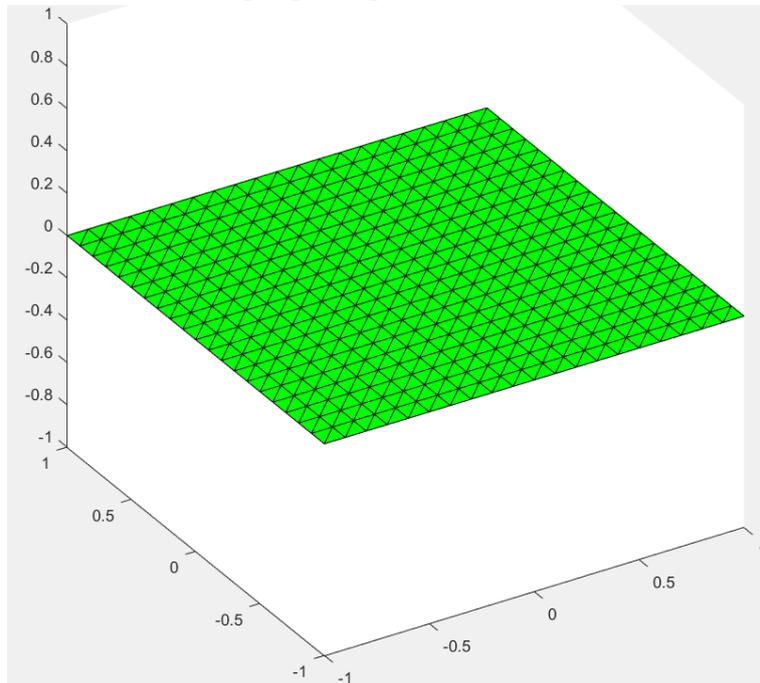


Рис. 1. Разбиение проводника на треугольные элементы

Один из треугольников, принадлежащих такому элементу, помечается как  $T^+$ , другой — как  $T^-$  (Рис. 2). Каждому RWG элементу ставится в соответствие базисная функция

$$f_n(r) = \begin{cases} (l_n / 2A_n^+) \rho_n^+(r), & r \text{ в } T_n^+; \\ (l_n / 2A_n^-) \rho_n^-(r), & r \text{ в } T_n^-; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Здесь:  $l_n$  — длина общего ребра;  $A_n^\pm$  — площади соответствующих треугольников. Вектор  $\rho_n^+$  направлен из вершины «положительного» треугольника в точку  $r$ . Вектор  $\rho_n^-$  направлен из точки  $r$  к свободной вершине «отрицательного» треугольника.

Базисная функция приближенно соответствует конечному диполю длины  $d = |r_n^{c+} - r_n^{c-}|$  [3] (Рис. 2).

Таким образом, разбиение структуры проводника на RWG элементы приближенно соответствует разбиению тока плоского проводника на «элементарные» диполи [4].

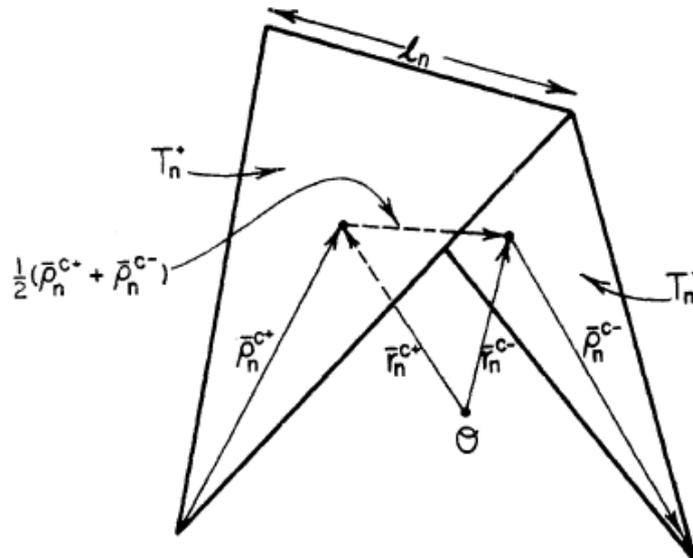


Рис. 2. Дипольная интерпретация RWG элемента

Для получения однозначного решения EFIE проводят тестовую процедуру, которая состоит в определении операции умножения в виде

$$\langle \bar{f}, \bar{g} \rangle = \int_s \bar{f} \cdot \bar{g} ds \quad (5)$$

и ее применении к EFIE. Теперь перейдем к системе линейных уравнений:

$$ZI = V, \quad (6)$$

где  $Z = [Z_{mn}]$  — это матрица сопротивлений размерности  $N \times N$ ,  $I = [I_n]$ ,  $V = [V_n]$  — векторы размерности  $N$ , а  $N$  — количество RWG элементов.

Если граничные элементы  $m$  и  $n$  рассматриваются как электрические диполи, то элемент  $Z_{mn}$  матрицы сопротивлений  $Z$  описывает воздействие диполя  $n$  на электрический ток диполя  $m$ , и наоборот.

В результате получаем следующую формулу расчета матрицы сопротивлений для RWG граничных элементов:

$$Z_{mn} = l_m \left[ j\omega \left( A_{mn}^- \cdot \rho_m^{c-} / 2 + A_{mn}^+ \cdot \rho_m^{c+} / 2 \right) + \Phi_{mn}^- - \Phi_{mn}^+ \right]. \quad (7)$$

Здесь индексы  $m$  и  $n$  соответствуют двум граничным элементам; символ « $\cdot$ » обозначает скалярное произведение;  $l_m$  — длина общего ребра граничного элемента  $m$ ;  $\rho_m^{c+}$  — вектор, который соединяет свободную вершину «положительного» треугольника и его центроид;  $\rho_m^{c-}$  — вектор, который соединяет центроид «отрицательного» треугольника и его свободную вершину.

Выражения для векторного потенциала электромагнитного поля  $A$  и скалярного потенциала  $\Phi$  имеют вид:

$$A_{mn}^{\pm} = \frac{\mu}{4\pi} \left[ \frac{l_n}{2A_n^+} \int \rho_n^+(r) g_m^{\pm}(r) dS + \frac{l_n}{2A_n^-} \int \rho_n^-(r) g_m^{\pm}(r) dS \right], \quad (8)$$

$$\Phi_{mn}^{\pm} = \frac{1}{4\pi j \omega \varepsilon} \left[ \frac{l_n}{2A_n^+} \int_{r_n^+} g_m^{\pm}(r) dS - \frac{l_n}{2A_n^-} \int_{r_n^-} g_m^{\pm}(r) dS \right]. \quad (9)$$

Здесь  $g_m^{\pm}(r) = \frac{e^{-jkR}}{R}$ ;  $R = |r_m^{c\pm} - r|$ .

Решив эту систему линейных уравнений, можно найти неизвестный ток  $\bar{J}$  на поверхности проводящего тела, вызываемый полем  $E^{-i}$ . Зная этот ток, можно определить электромагнитное поле в заданной точке  $r$  по формулам:

$$E(r) = \sum_{m=1}^M E_m \left( \mathbf{r} - \frac{1}{2} (\mathbf{r}_m^{c+} + \mathbf{r}_m^{c-}) \right), \quad (10)$$

$$H(r) = \sum_{m=1}^M H_m \left( \mathbf{r} - \frac{1}{2} (\mathbf{r}_m^{c+} + \mathbf{r}_m^{c-}) \right), \quad (11)$$

где  $E(r)$  и  $H(r)$  — это соответственно электрическая и магнитная составляющая поля излучаемого диполем, имеющим соответствующий номер. Эти величины вычисляются по формулам

$$H(r) = \frac{jk}{4\pi} (\mathbf{m} \times \mathbf{r}) C e^{-jkr}, \quad C = \frac{1}{r^2} \left[ 1 + \frac{1}{jkr} \right], \quad (12)$$

$$E(r) = \frac{\eta}{4\pi} \left( (M - \mathbf{m}) \left[ \frac{jk}{r} + C \right] + 2MC \right) e^{-jkr}, \quad M = \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{m}) \mathbf{r}}{r^2}, \quad (13)$$

где  $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ ;  $m = l_m I_m (\mathbf{r}_m^{c-} - \mathbf{r}_m^{c+})$ .

Алгоритм решения поставленной задачи методом моментов, базирующимся на RWG элементах, включает следующие шаги:

1. Создание RWG элементов на основе входных данных (списка координат сетки разбиения проводника и списка треугольников сетки) создаются RWG элементы.
2. Расчет матрицы сопротивлений.
3. Решение уравнения моментов.
4. Нахождение искомых характеристик электрического и магнитного полей в заданной точке пространства.

На основе разработанного алгоритма была создана компьютерная программа, структура которой представлена на рисунке 3.



Рис. 3. Модули программы

Для тестирования разработанной программы с ее помощью была решена задача определения параметров электромагнитного излучения плоского проводника. В

качестве объекта, являющегося источником электромагнитного излучения, рассматривался плоский проводник квадратной формы размерами  $2 \times 0,1$  м, лежащий в плоскости  $Z = 0$ .

В качестве источника энергии использовался генератор переменного тока, подключенный через зазор малой ширины, расположенный в граничном элементе (Рис. 4). Источник энергии имеет следующие характеристики: частота переменного тока 1,5 МГц; амплитуда напряжения 1В.

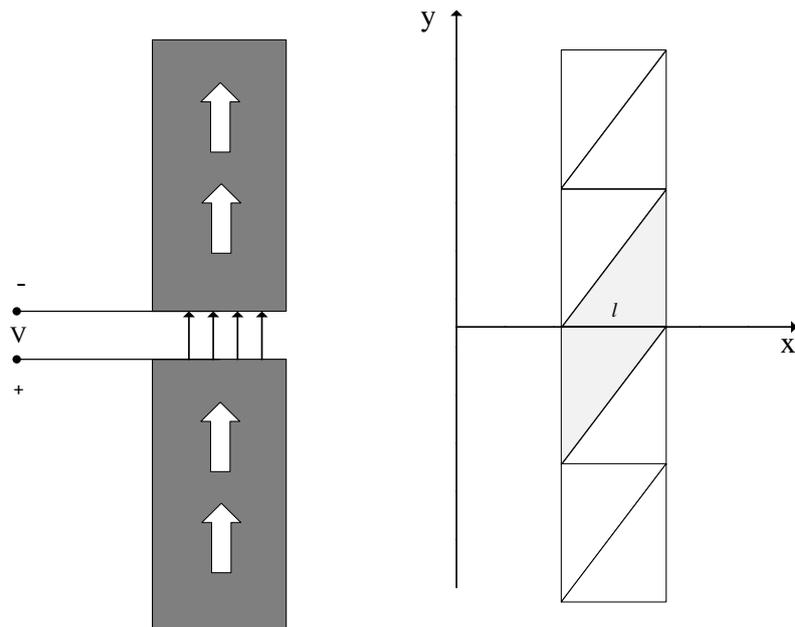


Рис. 4. Входные данные

Разбиение структуры проводника на треугольные элементы на основе входных данных, включающих в себя массивы, которые содержат координаты сетки разбиения проводника и список треугольников (Рис. 5). Интерфейс программы с результатами ее работы продемонстрирован на рисунке 6.

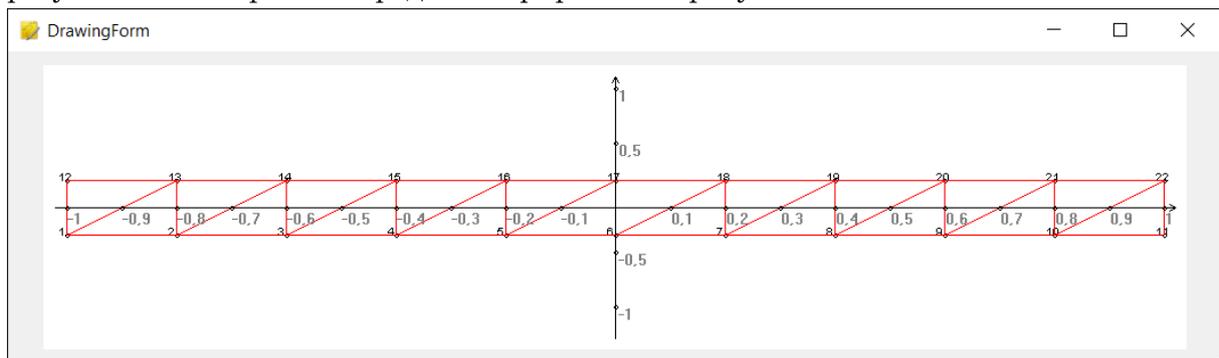


Рис. 5. Топология проводника

Point	Efield	Hfield
X 0	0.0014 - 0.0002i	0.1601 + 0.0491i
Y 0	-0.0597 - 0.0185i	0.0038 - 0.0006i
Z 5	0.0000 + 0.0000i	-0.0000 - 0.0000i

Рассчитать

Рис. 6. Интерфейс программы с результатами ее работы

В результате работы программы формируется файл, содержащий значения рассчитанных параметров электромагнитного поля. Их можно использовать для последующего анализа и нахождения картины поля в заданной области пространства.

## Литература

1. Gibson W. C. The Method of Moments in Electromagnetics Second Edition. Chapman & Hall/CRC, 2014. 450 p.
2. Rao S. M., Wilton D. R., Glisson A. W. Electromagnetic by surfaces of arbitrary shape. IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. 30, no.3, 1982, pp. 409-418.
3. Makarov S. MoM antenna simulations with Matlab: RWG basis functions. IEEE Antennas and Propagation Magazine. Vol. 43. Issue 5. 2001, pp. 100 – 107.
4. Makarov S. Antenna and EM modeling with MATLAB, John Wiley and Sons, Inc., New York, 2002. 288 p.

MSC 35Q60, 68N19

## **Development of an algorithm and a program for calculating the parameters of the electromagnetic emission of a flat conductor**

V.F. Belov<sup>1</sup>, A.A. Butkina<sup>1</sup>, S.O. Kostrov<sup>1</sup>, A.V. Shamaev<sup>1</sup>  
National Research Mordovia State University <sup>1</sup>

*Abstract:* An algorithm is proposed and a method is chosen for solving the problem of calculating the electromagnetic emission parameters of a flat conductor, which ensures the maximum computational efficiency of its solution. Based on this method, a program has been developed for calculating the electrical and magnetic components of the electromagnetic emission of a flat conductor at a given point in space. This program can be used to solve problems of virtual certification of electronic devices.

*Keywords:* electromagnetic emission, method of moments, basis function, electric field integral equation, virtual certification.

### **References**

1. Gibson W. C. The Method of Moments in Electromagnetics Second Edition. Chapman & Hall/CRC, 2014. 450 p.
2. Rao S. M., Wilton D. R., Glisson A. W. Electromagnetic by surfaces of arbitrary shape. IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. 30, no.3, 1982, pp. 409-418.
3. Makarov S. MoM antenna simulations with Matlab: RWG basis functions. IEEE Antennas and Propagation Magazine. Vol. 43. Issue 5. 2001, pp. 100 – 107.
4. Makarov S. Antenna and EM modeling with MATLAB, John Wiley and Sons, Inc., New York, 2002. 288 p.