

УДК 517.9

Оптимизация доходов экономических агентов

В.В. Чебоксаров¹, Т.Ф. Мамедова¹

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет¹

Необходимо исследовать зависимость роста доходов экономических агентов с учетом их теневой деятельности, выраженной в сокрытие части доходов от налогообложения.

Для этого рассмотрим замкнутую экономическую систему, состоящую из производственного сектора(фирм), домохозяйств и государства.

Сделаем следующие предположения[1,4,5]:

1. Будем считать, что выручка, полученная фирмами от объёма реализованной продукции, определяется функцией потребления $C(w_2)$.
2. Домохозяйства формируют свой бюджет, как за счёт официальных доходов, которые облагаются налогом, так и за счёт теневых доходов, налогом не облагаемых.
3. Государство формирует свой бюджет из налогов с официальных доходов фирм и домохозяйств, а также за счёт изъятия обнаруженной части сокрытой в тени выручки.
4. Фирмы выбирают, какую часть выручки с производимого продукта оставить в официальной экономике, где она облагается налогом, а какую часть скрыть в тени, где налогов нет, но где часть её может быть обнаружена и изъята государством. Эта величина определяется функцией от размеров теневой деятельности γ^α , $\alpha \in [0, 1]$ [2].
5. Доход фирм складывается из официальной и теневой прибыли. Легальная прибыль формируется из легальной части выручки за вычетом налога, институциональных издержек и оплаты официального труда домохозяйствам. Теневая прибыль формируется из теневой части выручки за вычетом обнаруженной и изъятой государством части и оплаты теневого труда домохозяйствам.

Математическая модель задачи, учитывая все вышеуказанные условия и предположения, будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{dw_1}{dt} = (1 - \tau_1)(1 - sL)(1 - r)(1 - \gamma)C(w_2) + (1 - \gamma^\alpha)(1 - \beta L)\gamma C(w_2), \\ \frac{dw_2}{dt} = (1 - \tau_2)sL(1 - r)(1 - \gamma)C(w_2) + \beta L\gamma C(w_2), \\ \frac{dw_3}{dt} = \tau_1(1 - sL)(1 - r)(1 - \gamma)C(w_2) + \gamma^\alpha\gamma C(w_2) + \tau_2sL(1 - r)(1 - \gamma)C(w_2). \end{cases} \quad (1)$$

Положим, что функция потребления имеет вид простейшей кейнсианской линейной функции потребления [3] $C(w_2) = a + b * w_2$, где $\beta \in [0, 1]$. Тогда система (1) примет вид:

$$\begin{cases} \frac{dw_1}{dt} = (1 - \tau_1)(1 - sL)(1 - r)(1 - \gamma)C(a + bw_2) + (1 - \gamma^\alpha)(1 - \beta L)\gamma(a + bw_2), \\ \frac{dw_2}{dt} = (1 - \tau_2)sL(1 - r)(1 - \gamma)(a + bw_2) + \beta L\gamma(a + bw_2), \\ \frac{dw_3}{dt} = \tau_1(1 - sL)(1 - r)(1 - \gamma)(a + bw_2) + \gamma^\alpha\gamma(a + bw_2) + \tau_2sL(1 - r)(1 - \gamma)(a + bw_2). \end{cases} \quad (2)$$

Решение системы (2), с начальными условиями: $w_1(0) = C_1, w_2(0) = C_2, w_3(0) = C_3$ было

получено в пакете Wolfram Mathematica 9.0 и имеет следующий вид (3):

$$\left\{ \begin{array}{l} w_1(t) = \frac{1}{bL((-1+r)s(-1+\tau_2)(-1+\gamma)-\beta\gamma)} (-a(-1+e^{bLt(-(-1+r)s(-1+\tau_2)(-1+\gamma)+\beta\gamma)}) \\ (1-t_1+r(-1+Ls)(-1+\tau_1)(-1+\gamma)+t_1\gamma-\gamma^{1+\alpha}+L(s(-1+\tau_1+\gamma-t_1\gamma)+\beta\gamma \\ (-1+\gamma^\alpha))) + b(C_1L((-1+r)s(-1+\tau_2)(-1+\gamma)-\beta\gamma) - C_2(-1+e^{bLt(-(-1+r)s(-1+\tau_2) \\ e^{(-1+\gamma)+\beta\gamma)})(1-\tau_1+r(-1+Ls)(-1+\tau_1)(-1+\gamma)+\tau_1\gamma-\gamma^{1+\alpha}+L(s(-1+\tau_1+\gamma- \\ \tau_1\gamma)+\beta\gamma(-1+\gamma^\alpha))))), \\ w_2(t) = \frac{bC_2e^{bLt(-(-1+r)s(-1+\tau_2)(-1+\gamma)+\beta\gamma)}+a(-1+e^{bLt(-(-1+r)s(-1+t_2)(-1+\gamma)+\beta\gamma)})}{b}, \\ w_3(t) = \frac{1}{bL((-1+r)s(-1+\tau_2)(-1+\gamma)-\beta\gamma)} (-a(-1+e^{bLt(-(-1+r)s(-1+\tau_2)(-1+\gamma)+\beta\gamma)}) \\ (-(-1+r)(-1+Ls)\tau_1(-1+\gamma)+\gamma^{1+\alpha}+L((-1+r)s\tau_2(-1+\gamma)-\beta\gamma^{1+\alpha})) + b(C_3L \\ ((-1+r)s(-1+\tau_2)(-1+\gamma)-\beta\gamma) - C_2(-1+e^{bLt(-(-1+r)s(-1+\tau_2)(-1+\gamma)+\beta\gamma)})(-(-1+ \\ +r)(-1+Ls)\tau_1(-1+\gamma)+\gamma^{1+\alpha}+L((-1+r)s\tau_2(-1+\gamma)-\beta\gamma^{1+\alpha}))). \end{array} \right. \quad (3)$$

Т. о. получена зависимость изменения доходов фирм, домохозяйств и государств от налоговых ставок, качества работы контрольно-надзорной системы и институциональных издержек.

Вычисление доли теневой экономики в зависимости от изменения различных факторов исследуемой модели проводилось, используя решение системы (3). Вычисление проводилось с помощью функции нелинейной численной оптимизации NMaximize с параметром «SimulatedAnnealing» (метод имитации отжига).

Используя полученное решение системы (3) на следующих исходных данных $t_2 = 0.5$, $s=0.002$, $b=0.68$, $a=1$, $\beta = 0.00025$, $C_1 = 1000$, $C_2 = 1000$, $C_3 = 1000$, $L=100$, $t=1$ была рассмотрена динамика доходов экономических агентов при различных значениях налоговой ставки на прибыль в зависимости от следующих факторов:

1. качества работы надзорно-контрольных органов государства α ,
2. величины институциональных издержек τ .

Результаты проведенного анализа иллюстрируют рис. 1 и рис. 2.

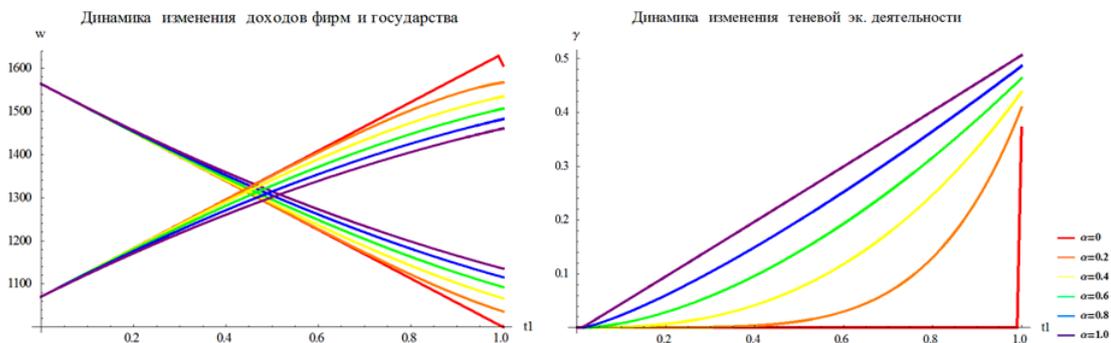


Рис. 1. Динамика доходов эк. агентов и динамика изменения теневой эк. деятельности ($\tau=0$, $\alpha \in [0, 1]$)

Была разработана и получена математическая модель в виде системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений для исследования динамики доходов экономических агентов с учётом теневой экономической деятельности. В результате данного исследования были получены следующие выводы:

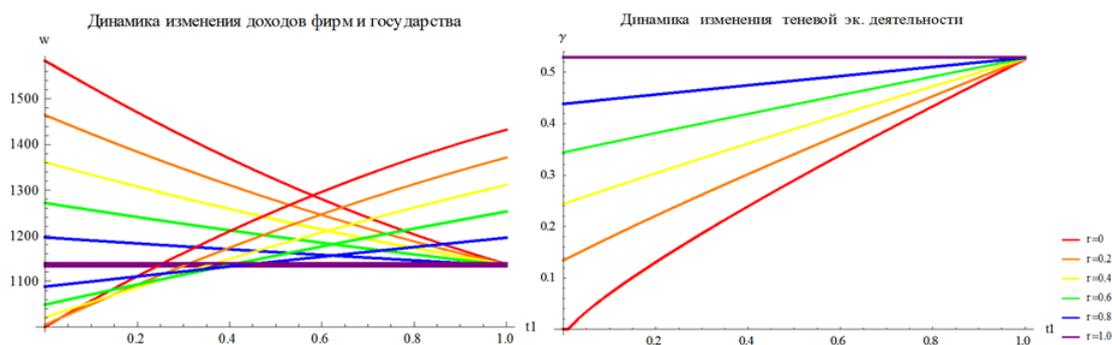


Рис. 2. Динамика доходов эк. агентов и динамика изменения теневой эк. деятельности ($\alpha=0$, $r \in [0, 1]$)

1. Существует оптимальный уровень теневой экономической деятельности, при котором фирмы и государство находятся в состоянии равновесия. В среднем он составляет 10–30 %.
2. Институциональные издержки гораздо сильнее сказываются на увеличении размера теневой экономики, чем налоговые ставки, негативно отражаясь на доходах всех эк. агентов.

Литература

1. Friedman E. Dodging the Grabbing hand: The Determinants of Unofficial Activity in 69 Countries / E. Friedman, S. Johnson, D. Kaufmann, P. Zoido-Labton // Journal of Public Economics. 2000. 76(4). pp. 459–493.
2. Hibbs A. D. Institutions Corruption and Tax Evasion in the Unofficial Economy / A. D. Hibbs, V. Piculescu // CEFOS and Department of Economics, Göteborg University. pp. 29.
3. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория; пер. с англ./ М. Интрилигатор. – М.: Прогресс, 1975. 606 с.
4. Мамедова Т. Ф. Об асимптотическом равновесии некоторых экономических систем / Т. Ф. Мамедова, Д. К. Егорова // Журнал Средневолжского математического общества. 2013. Т. 15, № 2. С. 55–58.
5. Чебоксаров В. В., Мамедова Т. Ф. Математическая модель динамики доходов в замкнутой системе с учетом теневой экономической активности [Электронный ресурс] // Огарев-online. 2017. № 13. Режим доступа: <http://journal.mrsu.ru/arts/matematiceskaya-model-dinamiki-doxodov-v-zamknutoj-sisteme-s-uchetom-tenevoj-ekonomicheskoy-aktivnosti>

MSC 47A13

Optimization of incomes of economic agents

V.V. Cheboksarov¹, T.F. Mamedova¹

National Research Ogarev Mordovia State University¹