

УДК 519.624

О непрерывном регуляризованном методе третьего порядка

И. П. Рязанцева¹

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е.Алексеева¹

Пусть H – вещественное гильбертово пространство, (u, v) – скалярное произведение элементов u и v из H , $A : H \rightarrow H$ – нелинейный монотонный оператор с $D(A) = H$.

Рассмотрим в H уравнение

$$Ax = f, \quad (1)$$

где f – фиксированный элемент из H . Пусть это уравнение имеет непустое множество решений N . Известно, что N является выпуклым и замкнутым в H множеством (см., например, [1, с.31]). Обозначим через x^* нормальное решение (1). Задача нахождения элемента x^* относится к классу некорректных задач. В данной заметке для решения (1) строится непрерывный регуляризованный метод третьего порядка. Метод третьего порядка для уравнения (1) с сильно монотонным оператором A построен в [2]. При решении некорректной задачи важно получить приближения к решению (1), обладающие свойствами искомого решения, которые считаются известными. По этой причине необходимо иметь разнообразные методы решения некорректных задач, и поэтому предлагаемый в данной заметке метод представляет интерес для исследователей, занимающихся решением некорректных задач.

Предположим, что оператор A и элемент f в (1) известны приближенно, т.е.

а) вместо элемента f имеем его приближения $f(t) \in H$ при всех $t \geq t_0 \geq 0$, причём $\|f - f(t)\| \leq \delta(t)$,

б) при каждом $t \geq t_0 \geq 0$ известно монотонное приближение $A(t) : H \rightarrow H$ оператора A такое, что $\|A(t)v - Av\| \leq h(t)g(\|v\|)$, $\forall v \in H$, здесь $\delta(t)$ и $h(t)$ – неотрицательные бесконечно малые при $t \rightarrow +\infty$, $g(s)$ ($s \geq 0$) – неотрицательная функция, переводящая ограниченное множество в ограниченное.

Непрерывный регуляризованный метод третьего порядка для уравнения (1) построим в форме следующей задачи Коши

$$y'''(t) + \varphi_1(t)y''(t) + \varphi_2(t)y'(t) + \varphi_3(t)[A(t)y(t) + \alpha(t)y(t) - f(t)] = 0, \quad t \geq t_0 \geq 0,$$

$$y(t_0) = y_0, \quad y'(t_0) = y'_0, \quad y''(t_0) = y''_0,$$

где y_0, y'_0, y''_0 – некоторые произвольные фиксированные элементы из H , $\varphi_1(t), \varphi_2(t), \varphi_3(t)$ – положительные непрерывные ограниченные функции при $t \geq t_0 \geq 0$.

Установлены условия, при которых $\|y(t) - x^*\| \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Литература

1. Alber Ya., Ryazantseva I. Nonlinear ill-posed problems of monotone type. Dordrecht: Springer, 2006. 410 p.
2. Рязанцева И.П. О непрерывном методе третьего порядка для решения операторных уравнений с монотонными операторами в гильбертовом пространстве // Дифференц. уравнения. 2018. Т. 54. № 2. С. 267.

MSC 65J15

On a continuous regularized third-order method

I.P. Ryazantseva¹

Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev ¹