

УДК 517.9

Динамическая устойчивость упругой пластины при струйном обтекании*

П. А. Вельмисов¹, А. В. Анкилов¹

Ульяновский государственный технический университет¹

При проектировании конструкций, приборов, устройств, аппаратов, систем и т. д. различного назначения, находящихся во взаимодействии с газожидкостной средой, необходимо решать задачи, связанные с исследованием устойчивости упругих элементов, требуемой для их функционирования и надежности эксплуатации.

В настоящее время механика деформируемого твердого тела, механика жидкости и газа и аэрогидроупругость представляют собой хорошо развитые разделы механики сплошной среды.

Много исследований посвящено динамике, устойчивости и флаттеру пластин и оболочек, находящихся в потоке жидкости или газа (среди последних в качестве примера отметим как российские [1]– [4], так и зарубежные [5]– [7] исследования). Большинство работ посвящено исследованию флаттера пластин и оболочек в сверхзвуком потоке, и только небольшая часть работ посвящена обтеканию пластин и оболочек дозвуковым потоком, что указывает на сложность исследования динамики упругих тел при указанном режиме обтекания и требует более пристального и глубокого внимания к этим задачам.

В работе исследуется динамическая устойчивость упругой пластины при одностороннем обтекании ее дозвуковым потоком газа (жидкости) в модели идеальной несжимаемой среды с отрывом струи по схеме Кирхгофа. Определение устойчивости упругого тела соответствует концепции устойчивости динамических систем по Ляпунову. Поведение упругого материала в работе описывается нелинейной моделью. Для решения связанной задачи аэрогидроупругости используется подход, основанный на построении решения аэродинамической части двумерной краевой задачи для уравнения Лапласа методами комплексного анализа, при этом аэродинамическая нагрузка (давление жидкости или газа) определяется через функции, описывающие неизвестные деформации пластины [8]. При подстановке выражения для давления в уравнения колебаний пластин решение задачи сводится к исследованию системы интегро-дифференциальных уравнений с частными производными для функций деформаций. На основе построения функционала, соответствующего этой системе уравнений, получены достаточные условия устойчивости решений системы.

Подобные задачи по исследованию динамической устойчивости при дозвуковом режиме обтекания рассматривались в [8] – [17]. Кроме того, отличием от ранее полученных результатов [9] является то, что в данной работе рассмотрена нелинейная математическая модель упругого тела, учитывающая и продольные и поперечные колебания упругой пластины.

На основе предложенной нелинейной математической модели колебаний упругой пластины при одностороннем обтекании ее дозвуковым потоком идеальной несжимаемой среды с отрывом струи проведено исследование устойчивости этой пластины. Модель описывается системой дифференциальных уравнений с частными производными для неизвестных функций деформации пластины и потенциала скорости газа. На основе методов теории функций комплексного переменного получена связанная система интегро-дифференциальных уравнений с частными производными, содержащая только неизвестные функции деформации пластины. С помощью построенного функционала получены достаточные условия устойчивости нулевого решения этой системы уравнений. Полученные условия устойчивости накла-

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Ульяновской области, проект № 18-41-730015.

дывают ограничения на погонную массу пластины, изгибную жесткость пластины, сжимающее (растягивающее) пластину усилие, скорость невозмущенного однородного потока, а также на коэффициенты внутреннего и внешнего демпфирования, коэффициент жесткости слоя обжатия. Эти условия явно содержат основные параметры механической системы, и в таком виде они наиболее приспособлены для решения задач оптимизации, автоматического управления, автоматизированного проектирования.

Литература

1. Mogilevich L. I., Popov V. S., Rabinsky L. N., Kuznetsova E. L. Mathematical model of the plate on elastic foundation interacting with pulsating viscous liquid layer // Applied Mathematical Sciences, 2016. – V.10, № 23. pp. 1101-1109.
2. Vedenev V. V. Effect of damping on flutter of simply supported and clamped panels at low supersonic speeds // Journal of Fluids and Structures, 2013. V. 40. pp. 366-372.
3. Курзин В. Б. Продольные колебания пластины, обтекаемой вязкой жидкостью в канале, обусловленные вынужденными поперечными колебаниями пластины // Прикладная механика и техническая физика, 2011. Т. 52, № 3. С. 153-157.
4. Соколов В. Г., Разов И. О. Параметрические колебания и динамическая устойчивость магистральных газопроводов при наземной прокладке // Вестник гражданских инженеров, 2014. – Т. 43, № 2. – С. 65-68.
5. Aulisa E., Ibragimov A., Kaya-Cekin E. Y. Fluid structure interaction problem with changing thickness beam and slightly compressible fluid // Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. S 7. 2014. № 6. pp. 1133-1148.
6. Kounadis A. N. Flutter instability and other singularity phenomena in symmetric systems via combination of mass distribution and weak damping // Internat. J. Non-Linear Mech., 2007. V. 42, № 1. pp. 24-35.
7. Willems S., Gulhan A., Esser B. Shock induced fluid-structure interaction on a flexible wall in supersonic turbulent flow // Progress in Flight Physics, 2013. № 5. pp. 285-308.
8. Вельмисов П. А., Решетников Ю. А. Устойчивость вязкоупругих пластин при аэрогидродинамическом воздействии. – Саратов : изд-во СГУ, 1994. – 176 с.
9. Анкилов А. В., Вельмисов П. А. Динамика и устойчивость упругих пластин при аэрогидродинамическом воздействии. – Ульяновск : УлГТУ, 2009. – 220 с.
10. Анкилов А. В., Вельмисов П. А. Математическое моделирование в задачах динамической устойчивости деформируемых элементов конструкций при аэрогидродинамическом воздействии. – Ульяновск : УлГТУ, 2013. – 322 с.
11. Анкилов А. В., Вельмисов П.А. Функционалы Ляпунова в некоторых задачах динамической устойчивости аэроупругих конструкций. – Ульяновск : УлГТУ, 2015. – 146 с.
12. Анкилов А. В., Вельмисов П. А. Устойчивость вязкоупругих элементов стенок проточных каналов. – Ульяновск : УлГТУ, 2000. – 115 с.
13. Ankilov A. V., Velmisov P. A. Stability of solutions to an aerohydroelasticity problem // Journal of Mathematical Sciences, 2016. V. 219, № 1. pp. 14-26.

14. Анкилов А. В., Вельмисов П. А. Устойчивость решений начально-краевой задачи аэрогидроупругости // Современная математика. Фундаментальные направления. – 2016. – № 59. – С. 35-52.
15. Анкилов А. В., Вельмисов П. А., Тамарова Ю. А. Исследование динамики и устойчивости упругого элемента проточного канала // Журнал Средневолжского математического общества, 2016. – Т. 18, № 1. – С. 94-107.
16. Анкилов А. В., Вельмисов П. А. Устойчивость вязкоупругих элементов несущей поверхности в дозвуковом потоке // Журнал Средневолжского математического общества, 2007. – Т. 9, № 1. – С. 69-81.
17. Анкилов А. В., Вельмисов П. А., Семенова Е. П. Исследование динамической устойчивости упругих элементов стенок канала. – Вестник Саратовского государственного технического университета. – Саратов, 2009. – №2(38), Вып. 1. – С. 7-17.

MSC 76D05, 35B40

Dynamic stability of an elastic plate in a jet flow

P.A. Velmisov¹, A.V. Ankilov¹

Ulyanovsk State Technical University ¹