

УДК 519.6

О непрерывном методе решения некорректных задач

И.В. Бойков¹, А.И. Бойкова¹, О.А. Баулина¹

Пензенский государственный университет¹

Известно [1], что многие задачи физики и техники моделируются уравнениями, решение которых является некорректной задачей. В частности, к таковым относятся многие задачи геофизики, так называемые обратные задачи [2]. Для их решения разработаны различные методы регуляризации [3], в большинстве своем посвященные линейным задачам.

Значительно меньше исследованы методы решения нелинейных некорректных задач.

При решении нелинейных некорректных задач возникает задача аппроксимации неограниченного обратного оператора.

Рассмотрим в банаховом пространстве B нелинейное операторное уравнение $K(x) = 0$.

Наиболее общими методами решения нелинейных уравнений являются методы Ньютона-Канторовича: основной

$$x_{n+1} = x_n + [K'(x_n)]^{-1}K(x_n), n = 0, 1, \dots$$

и модифицированный

$$x_{n+1} = x_n + [K'(x_0)]^{-1}K(x_n), n = 0, 1, \dots$$

которые для своей реализации требуют существования линейного обратного оператора $[K'(x)]^{-1}$ в некоторой окрестности решения x^* уравнения $K(x) = 0$.

При нарушении этого условия задача становится некорректной и требует разработки методов регуляризации, которые, как правило, заключаются в аппроксимации неограниченных необратимых операторов ограниченными линейными операторами.

В работе [4] предложен и обоснован непрерывный метод решения операторных уравнений, который, при применении к нелинейным операторным уравнениям, не требует существования производных Фреше или Гато оператора $K(x)$.

Данная работа посвящена применению нелинейного операторного метода к решению некорректных задач, в частности, обратных задач геофизики.

Работа поддержана РФФИ. Грант 16-01-00594.

Литература

1. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М. : Наука, 1974. – 224 с.
2. Zhdanov M. S. Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems / M. S. Zhdanov. – N. Y. : Elsevier 2002. – 610 p.
3. Старостенко В. И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии / В. И. Старостенко. – Киев : Наукова думка, 1978. – 226 с.
4. Бойков И. В. Об одном непрерывном методе решения нелинейных операторных уравнений // Дифференциальные уравнения. 2012. Т. 48, № 9. С. 1308 - 1314.

MSC 65N20

On a continuous method for solving ill-posed problems

I.V. Boykov¹, A.I. Boykova¹, O.A. Baulina¹
Penza State University¹