

УДК 517.958

Определение коэффициента обратного рассеяния в задаче дистанционного зондирования

П.А. Ворновских¹, А.А. Сущенко^{1,2}

Дальневосточный федеральный университет¹, Институт прикладной математики
ДВО РАН²

Аннотация: Рассматривается моделирование процесса дистанционного зондирования в слаборассеивающей среде. На основе кинетической модели переноса излучения решается прямая задача в приближении двукратного рассеяния. Исследуется обратная задача, заключающаяся в определении коэффициента рассеяния на основе измеренного отраженного сигнала. Проведены вычислительные эксперименты, показывающие влияние двукратного рассеяния на решение обратной задачи.

Ключевые слова: уравнение переноса излучения, объемное рассеяние, ряд Неймана, дистанционное зондирование.

Введение

Существует значительное число факторов, ослабляющих излучение при прохождении через атмосферу. Одним из них является рассеяние света, при котором частота излучения не изменяется, но меняется направление его распространения. Таким образом, часть света от объекта не приходит к наблюдателю непосредственно, а в результате многократных актов рассеяния создает излучение неба[1]. Аналогичная картина складывается и в океане в случае распространения акустического сигнала. Однако величина объемного рассеяния на несколько порядков меньше коэффициента затухания сигнала.

На сегодняшний день в современной литературе учет объемного рассеяния в океане представлен лишь в качестве эмпирических и полуэмпирических моделей. Основные исследования проводились в закрытых бассейнах с ограниченным объемом [2,3]. Рассеиватели создавались за счет внешних источников, а ослабление сигнала измерялось на малых дистанциях [4-6]. Это и является главным недостатком и формулирует некоторые вопросы об объективности данных моделей. Кроме того, эмпирические модели учитывают некоторое среднее рассеяние без привязки к его кратности. В данной работе используется кинетическая модель, основанная на интегро-дифференциальном уравнении переноса акустического излучения с соответствующими начальными и граничными условиями [7-10]. Как правило, объемное рассеяние вносит больший вклад в суммарный сигнал в придонном слое или на дальних дистанциях, ввиду увеличения количества рассеивателей, захваченных диаграммой направленности приемной антенны. В работах [11-14] исследовалось распространение излучения в приближении однократного рассеяния. Стоит отметить, что учет каждого последующего акта рассеяния увеличивает вычислительную нагрузку при решении прямой задачи и создает определенные трудности при решении обратной, т.к. задача сводится к решению интегрального уравнения. Основной целью данной работы было исследование влияния многократного объемного рассеяния на распространяемый сигнал. Результаты работы могут быть применимы для анализа распространения излучения, как в океане, так и в атмосфере.

1. Математическая модель

Объектом исследования представляется нестационарное уравнение переноса излучения:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I}{\partial t} + \mathbf{k} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} I(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) + \mu(\mathbf{r}) I(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \frac{\sigma(\mathbf{r})}{|\Omega|} \int_{\Omega} I(\mathbf{r}, \mathbf{k}', t) d\mathbf{k}' + J(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) \quad (1)$$

где $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^n$, $n = \{2, 3\}$, $t \in (0, T]$ и волновой вектор \mathbf{k} принадлежит единичной окружности (при $n = 2$) или сфере (при $n = 3$) $\Omega := \{\mathbf{k} \in \mathbb{R}^n : |\mathbf{k}| = 1\}$, $|\Omega| = 2^{n-1}\pi$. Функция $I(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)$ интерпретируется как плотность потока энергии волны в момент времени t в точке \mathbf{r} , распространяющейся в направлении \mathbf{k} со скоростью c . Величины μ и σ имеют смысл коэффициентов затухания и рассеяния соответственно, а функция J описывает источники звукового поля[8-9]. Уравнение (1) описывает процесс распространения излучения в случайно-неоднородной среде при изотропии объемного рассеяния.

1.1. Постановка задачи

Процесс распространения эхосигналов происходит в области $G \equiv \mathbb{R}^n$. Будем предполагать, что функция J описывает точечный изотропный источник звука, находящийся в точке O начала координат.

$$J(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = J_0 \delta(\mathbf{r}) \delta(t) \quad (2)$$

где δ — дельта-функция Дирака и J_0 — мощность источника.

Предполагая, что до момента времени $t = 0$ источники звука в среде отсутствуют и решение затухает на бесконечности, запишем начальные и граничные условия для решения уравнения (1) в виде:

$$I|_{t=0} = 0, \quad (3)$$

$$I|_{|x \rightarrow \infty} \rightarrow 0. \quad (4)$$

Уравнение (1) с начальными и граничными условиями (3), (4) при заданных μ , σ , J образуют начально-краевую задачу для нахождения неизвестной функции I в области G .

Ограничимся случаем слабосеивающих сред, т.е. $\sigma \ll \mu$. Подобное допущение приводит к $\mu \rightarrow const$. Тогда решение задачи (1), (3), (4) для функции I существует, единственно и представимо равномерно сходящимся рядом Неймана

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \sum_{n=0}^{\infty} I_n(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \sum_{n=0}^{\infty} ((\mathcal{A}\mathcal{S})^n I_0)(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t), \quad (5)$$

где

$$(\mathcal{A}f)(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \int_0^{d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})} \exp(-\mu t') f\left(\mathbf{r} - t'\mathbf{k}, \mathbf{k}, t - \frac{t'}{c}\right) dt', \quad (6)$$

$$(\mathcal{S}f)(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \frac{\sigma(\mathbf{r})}{|\Omega|} \int_{\Omega} f(\mathbf{r}, \mathbf{k}', t) d\mathbf{k}', \quad (7)$$

$$I_0(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \mathcal{A}J(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t). \quad (8)$$

Каждое слагаемое I_n ряда (5) представляет собой вклад n -кратного взаимодействия со средой G в общую интенсивность I . Пусть, $X = G \times \Omega \times (0, t]$, тогда при $n > 2$ для I_n справедлива следующая оценка

$$\|I_n\|_{L_{\infty}(X)} \leq \|I_2\|_{L_{\infty}(X)} \frac{\|\sigma\|_{L_{\infty}(G)}^{n-2}}{\mu^{n-2}}. \quad (9)$$

Из неравенства (10) вытекает оценка для n -кратного приближения решения задачи (1), (3),(4).

$$\left\| \sum_{n=3}^{\infty} I_n \right\|_{L_{\infty}(X)} \leq \|I_2\|_{L_{\infty}(X)} \frac{1}{1-\lambda}, \quad (10)$$

где $\lambda = \frac{\|\sigma\|_{L_{\infty}(G)}}{\mu}$.

1.2. Приближение однократного рассеяния

Решение начально-краевой задачи (1), (3), (4) эквивалентно решению следующего уравнения интегрального типа:

$$\begin{aligned} I(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = & \int_0^{d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})} \exp(-\mu t') J\left(\mathbf{r} - t'\mathbf{k}, \mathbf{k}, t - \frac{t'}{c}\right) dt' \\ & + \frac{1}{|\Omega|} \int_0^{d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})} \exp(-\mu t') \sigma(\mathbf{r} - t'\mathbf{k}) \int_{\Omega} I_0\left(\mathbf{r} - t'\mathbf{k}, \mathbf{k}', t - \frac{t'}{c}\right) d\mathbf{k}' dt' \\ & + \frac{1}{|\Omega|} \int_0^{d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})} \exp(-\mu t') \sigma(\mathbf{r} - t'\mathbf{k}) \int_{\Omega} \left(I_0\left(\mathbf{r} - t'\mathbf{k}, \mathbf{k}', t - \frac{t'}{c}\right) + I_1\left(\mathbf{r} - t'\mathbf{k}, \mathbf{k}', t - \frac{t'}{c}\right) \right) d\mathbf{k}' dt' \end{aligned} \quad (11)$$

Рассмотрим решение задачи (1),(3),(4) в приближении однократного рассеяния

$$\begin{aligned} I_1(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = & \frac{1}{|\Omega|} \int_0^{\frac{ct}{2}} \exp(-\mu t') \sigma(\mathbf{r} - t'\mathbf{k}) \\ & \int_{\Omega} \int_0^{\frac{ct}{2}} \exp(-\mu t'') J\left(\mathbf{r} - t'\mathbf{k} - t''\mathbf{k}', \mathbf{k}', t - \frac{t'}{c} - \frac{t''}{c}\right) dt'' d\mathbf{k}' dt' \end{aligned} \quad (12)$$

Построим переход от интеграла по окружности (сфере) к интегралу по поверхности:

$$\mathbf{x} = \mathbf{r} - t''\mathbf{k}',$$

тогда Якобиан перехода примет следующий вид:

$$\mathcal{J} = \left\| \begin{array}{cccc} \frac{\partial x_1}{\partial t''} & \frac{\partial x_1}{\partial \mathbf{k}'_1} & \cdots & \frac{\partial x_1}{\partial \mathbf{k}'_n} \\ \frac{\partial x_2}{\partial t''} & \frac{\partial x_2}{\partial \mathbf{k}'_1} & \cdots & \frac{\partial x_2}{\partial \mathbf{k}'_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_n}{\partial t''} & \frac{\partial x_n}{\partial \mathbf{k}'_1} & \cdots & \frac{\partial x_n}{\partial \mathbf{k}'_n} \end{array} \right\| = |\mathbf{x} - \mathbf{r}|^{n-1}. \quad (13)$$

Подставляя (13) в (12), получаем

$$I_1(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \frac{J_0}{|\Omega|} \int_0^{\frac{ct}{2}} \exp(-\mu t') \sigma(\mathbf{r} - t' \mathbf{k}) \int_G \exp(-\mu |\mathbf{x} - \mathbf{r}|) \delta(\mathbf{x} - t' \mathbf{k}) \delta\left(t - \frac{t'}{c} - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{r}|}{c}\right) \frac{d\mathbf{x} dt'}{|\mathbf{x} - \mathbf{r}|^{n-1}} \quad (14)$$

Пользуясь свойством дельта-функции из (14) получаем:

$$I_1(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \frac{J_0}{|\Omega|} \int_0^{\frac{ct}{2}} \exp(-\mu t') \sigma(\mathbf{r} - t' \mathbf{k}) \exp(-\mu |t' \mathbf{k} - \mathbf{r}|) \delta\left(t - \frac{t'}{c} - \frac{|t' \mathbf{k} - \mathbf{r}|}{c}\right) \frac{dt'}{|t' \mathbf{k} - \mathbf{r}|^{n-1}}. \quad (15)$$

Далее делаем замену, соответствующую аргументу дельта-функции: $\tau = t - \frac{t'}{c} - \frac{|t' \mathbf{k} - \mathbf{r}|}{c}$, тогда

$$\begin{aligned} |t' \mathbf{k} - \mathbf{r}| &= c(t - \tau) - t', \\ t' &= \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{r}|^2 - c^2(\tau - t)^2}{c(\tau - t) + (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}, \\ \frac{d\tau}{dt'} &= -\frac{1}{c} \left(1 + \frac{t' - (\mathbf{r} \cdot \mathbf{k})}{|t' \mathbf{k} - \mathbf{r}|}\right). \end{aligned}$$

Следовательно, при $\tau = 0$

$$\begin{aligned} t' \Big|_{\tau=0} &= \frac{1}{2} \frac{c^2 t^2 - |\mathbf{r}|^2}{ct - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}, \\ |t' \mathbf{k} - \mathbf{r}| \Big|_{\tau=0} &= ct - \frac{1}{2} \frac{c^2 t^2 - |\mathbf{r}|^2}{ct - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}, \\ \frac{d\tau}{dt'} \Big|_{\tau=0} &= -\frac{1}{c} \left(2 + \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) - |r|^2}{(ct - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}))^2}\right). \end{aligned}$$

Подставляя вышеизложенно в (15) получаем

$$I_1(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \frac{J_0}{|\Omega|} \int_0^{\frac{ct}{2}} \exp\left(-\mu \frac{1}{2} \frac{c^2 t^2 - |\mathbf{r}|^2}{ct - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}\right) \sigma(\mathbf{r} - t' \mathbf{k}) \exp(-\mu |t' \mathbf{k} - \mathbf{r}|) \frac{\delta(\tau)}{|t' \mathbf{k} - \mathbf{r}|^{n-1}} \frac{cd\tau}{2 + \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})^2 - |\mathbf{r}|^2}{(ct - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}))^2}} \quad (16)$$

Пользуясь свойством дельта-функции, решение для I_1 запишем в следующем виде:

$$I_1(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \frac{J_0}{|\Omega|} \exp(-\mu ct) \sigma\left(\mathbf{r} - \frac{c^2 t^2 - |\mathbf{r}|^2}{2(ct - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}))} \mathbf{k}\right) \left| \left(\frac{2}{ct - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}\right)^{n-1} \frac{c}{2 + \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})^2 - |\mathbf{r}|^2}{(ct - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}))^2}} \right|. \quad (17)$$

1.3. Обратная задача

С практической точки зрения представляет интерес решение обратной задачи, заключающейся в нахождении коэффициента объемного рассеяния. Для ее решения дополним систему (1), (3), (4) уравнением, описывающим измеряемый сигнал в точке O :

$$\bar{I}(\mathbf{x}, t) = I(O, \mathbf{k}, t), \quad (18)$$

где $\mathbf{k} = \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|}$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \setminus O$. Запишем решение задачи (1), (3), (4) в приближении однократного рассеяния в точке O :

$$I(O, \mathbf{k}, t) = I_0(O, \mathbf{k}, t) + I_1(O, \mathbf{k}, t) = \frac{J_0}{|\Omega|} \exp(-\mu ct) \sigma \left(\frac{ct}{2} \mathbf{k} \right) \frac{n-1}{c^{n-2} t^{n-1}}. \quad (19)$$

Уравнение (19) справедливо, т.к.

$$\begin{aligned} I_0(O, \mathbf{k}, t) &= \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{\epsilon}^{d(O, -\mathbf{k})} \exp(-\mu t') \delta(-t' \mathbf{k}) \delta(t - \frac{t'}{c}) dt' = \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{\Omega} \int_{\epsilon}^{d(O, -\mathbf{k})} \exp(-\mu t') \delta(-t' \mathbf{k}) \delta(t - \frac{t'}{c}) \delta(\mathbf{k}' - \mathbf{k}) dt' d\mathbf{k}' = \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{G_{\epsilon}} \exp(-\mu t') \frac{\delta(\mathbf{r}') f(\mathbf{r}', \mathbf{k}, t)}{|\mathbf{r}'|^2} d\mathbf{r} = 0, \quad (20) \end{aligned}$$

где $f(\mathbf{r}', \mathbf{k}, t) = \delta(\frac{\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'|} - \mathbf{k}) \delta(t - \frac{|\mathbf{r}'|}{c})$. Уравнение (20) соответствует случаю, когда приемник и источник сосредоточены в начале координат, тогда значение прямо летящего сигнала $I_0(O, \mathbf{k}, t) = 0$ и решение задачи в случае однократного рассеяния примет вид:

$$I(O, \mathbf{k}, t) = I_1(O, \mathbf{k}, t) = \frac{J_0}{|\Omega|} \exp(-\mu ct) \sigma \left(\frac{ct}{2} \mathbf{k} \right) \left(\frac{2}{ct} \right)^{n-2} \frac{1}{t}. \quad (21)$$

Выполнив замену $\mathbf{x} = ct\mathbf{k}/2$ и введя обозначение для принимаемого сигнала $\bar{I}(\mathbf{x}) := I(O, \mathbf{k}, t)$, получаем из уравнения (21) соотношение для определения коэффициента объемного рассеяния:

$$\sigma(\mathbf{x}) = \frac{2|\Omega|}{J_0 c} |\mathbf{x}|^{n-1} \exp(2\mu|\mathbf{x}|) \bar{I}(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n. \quad (22)$$

Таким образом, получена явная формула (22) для определения коэффициента объемного рассеяния σ в случае однократного рассеяния, точечного источника, испускающего импульс в начальный момент времени, и приемника, сосредоточенного в начале координат.

1.4. Приближение двукратного рассеяния

Проводя аналогичные рассуждения, получим решение для I_2 , подставляя (17) в (11):

$$I_2(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \frac{J_0}{|\Omega|^2} \exp(-\mu ct) \int_0^{\frac{ct}{2}} \sigma(\mathbf{r} - t'\mathbf{k}) \int_{\Omega} \sigma\left(\mathbf{r} - t'\mathbf{k} - \frac{(ct - t')^2 - |\mathbf{r} - t'\mathbf{k}|^2}{2(ct - t' - (\mathbf{k}' \cdot (\mathbf{r} - t'\mathbf{k})))} \mathbf{k}'\right) \times \left| \left(\frac{2}{ct - t' - (\mathbf{k}' \cdot (\mathbf{r} - t'\mathbf{k}))} \right)^{n-1} \frac{c}{2 + \frac{(\mathbf{k}' \cdot (\mathbf{r} - t'\mathbf{k}))^2 - |\mathbf{r} - t'\mathbf{k}|^2}{(ct - t' - (\mathbf{k}' \cdot (\mathbf{r} - t'\mathbf{k}))^2)} \right| d\mathbf{k}' dt' \quad (23)$$

Тогда, решение I_2 в точке O принимает вид:

$$I_2(O, \mathbf{k}, t) = \frac{J_0}{|\Omega|^2} \exp(-\mu ct) \int_0^{\frac{ct}{2}} \sigma(-t'\mathbf{k}) \int_{\Omega} \sigma\left(-t'\mathbf{k} - \frac{(ct - t')^2 - |-t'\mathbf{k}|^2}{2(ct - t' - (\mathbf{k}' \cdot (-t'\mathbf{k})))} \mathbf{k}'\right) \times \left| \left(\frac{2}{ct - t' - (\mathbf{k}' \cdot (-t'\mathbf{k}))} \right)^{n-1} \frac{c}{2 + \frac{(\mathbf{k}' \cdot (-t'\mathbf{k}))^2 - |-t'\mathbf{k}|^2}{(ct - t' - (\mathbf{k}' \cdot (-t'\mathbf{k}))^2)} \right| d\mathbf{k}' dt' \quad (24)$$

Подставляя (21), (24) в (11), получаем соотношение для определения принимаемого сигнала

$$\bar{I}(\mathbf{x}) = \frac{J_0}{|\Omega|} \exp(-2\mu|\mathbf{x}|) \left[\frac{c}{2} \frac{\sigma(\mathbf{x})}{|\mathbf{x}|^{n-1}} + \frac{1}{|\Omega|} \int_0^{|\mathbf{x}|} \sigma\left(-t' \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|}\right) \int_{\Omega} \sigma\left(-t' \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|} - \frac{2|\mathbf{x}|^2(|\mathbf{x}| - t')}{2|\mathbf{x}|^2 - t'(|\mathbf{x}| - (\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x}))} \mathbf{k}'\right) \times \left| 2^{n-1} \left(2|\mathbf{x}| - t' \left(1 - \frac{(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x})}{|\mathbf{x}|} \right) \right)^{3-n} \frac{c}{2 \left(2|\mathbf{x}| - t' \left(1 - \frac{(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x})}{|\mathbf{x}|} \right) \right)^2 + \left(t' \frac{(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x})}{|\mathbf{x}|} \right)^2} \right| d\mathbf{k}' dt' \right]. \quad (25)$$

Уравнение (25) описывает принимаемый сигнал в точке O в случае точечного источника, испускающего импульс в начальный момент времени, в приближении двукратного рассеяния.

1.5. Вычислительный эксперимент

При проведении численного эксперимента сигнал рассчитывался по формуле (25). Далее решалась обратная задача по определению коэффициента объемного рассеяния из уравнения (22). Таким образом, основной задачей эксперимента ставилось определение влияния двукратного рассеяния на распространяемый сигнал. Для решения задачи численного интегрирования применялся метод Монте-Карло с количеством узлов равным N .

Для проведения вычислительного эксперимента была написана программа на языке C++. Алгоритм распараллелен с помощью MPI.

Вычислительные эксперименты проводились при следующих параметрах зондирования: $\mu = 0.8[\text{м}^{-1}]$, $c = 1500[\text{м/с}]$, $x_1 \in (80, 80)[\text{м}]$, $x_2 \in [0, 40][\text{м}]$, $J_0 = 1$.

Коэффициент объемного рассеяния σ представлен в виде:

$$\sigma(y_1, y_2) = \begin{cases} 0.8\sigma_{max}, & \text{если } \sqrt{(y_1 - 40)^2 + (y_2 + 40)^2} < 10 \\ 0.4\sigma_{max}, & \text{если } \sqrt{(y_1 - 40)^2 + (y_2 - 40)^2} < 20 \\ 0.2\sigma_{max}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

На рисунке 1 показано распределение коэффициента объемного рассеяния в градациях серого. Черный цвет соответствует значению 0, белый цвет — σ_{max} . Как видно из рисунков, двукратное рассеяние влияет на восстановление коэффициента объемного рассеяния с увеличением дальности зондирования ввиду захватывания большей рассеивающей области. В этом случае относительная среднеквадратичная ошибка составляет 2%.

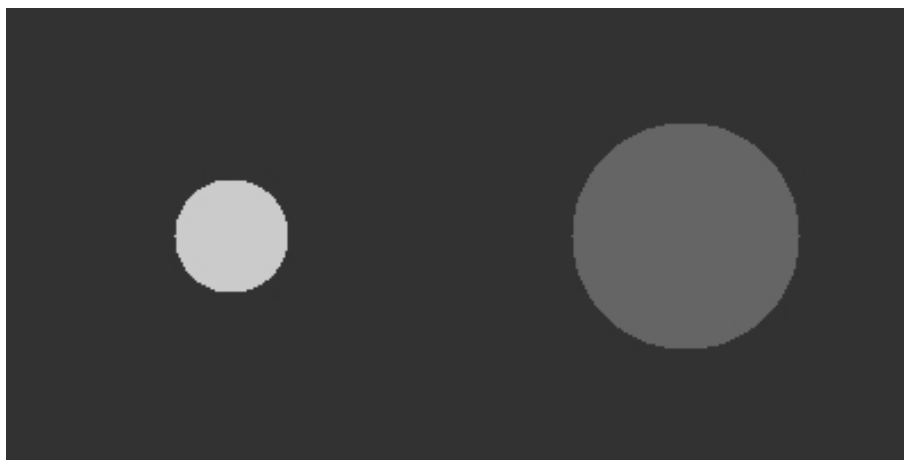


Рис. 1. Распределение коэффициента объемного рассеяния.

На рисунках 2, 3, 4 представлено восстановление коэффициента объемного рассеяния по формуле (22) при разных значениях $\sigma_{max} = 0,005; 0,01; 0,05$. Количество вычислительных узлов для расчета прямой задачи бралось равным $N = 10000$.

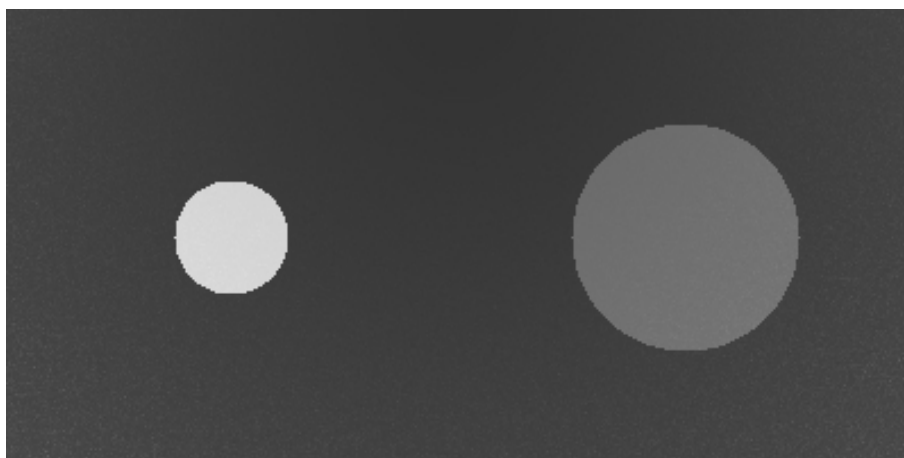


Рис. 2. Восстановление коэффициента объемного рассеяния при $\sigma_{max} = 0,005$.

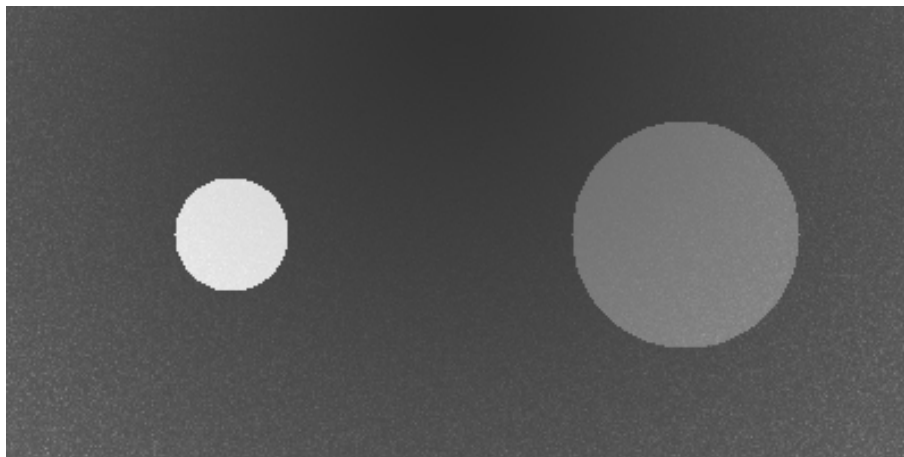


Рис. 3. Восстановление коэффициента объемного рассеяния при $\sigma_{max} = 0,01$.

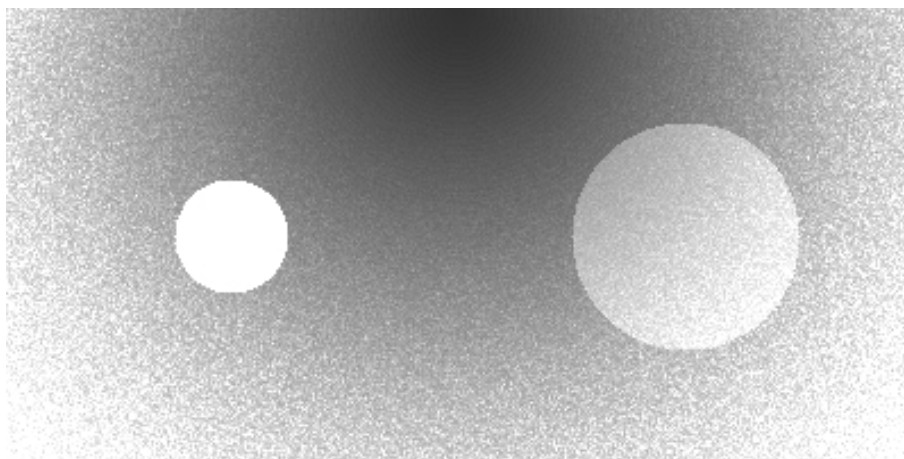


Рис. 4. Восстановление коэффициента объемного рассеяния при $\sigma_{max} = 0,05$.

Заключение

Таким образом, исследован процесс дистанционного зондирования с использованием кинетической модели излучения. Исследовано решение прямой задачи в приближении двукратного рассеяния. Получена явная формула для решения обратной задачи, заключающейся в определении коэффициента объемного рассеяния на основе отраженного сигнала. Проведен анализ вычислительных экспериментов, показывающих, что влияние двукратного рассеяния на решение обратной задачи усиливается с увеличением дальности зондирования ввиду захватывания большего числа рассеивателей.

Литература

1. Жуков Г.В. Влияние поглощения света в земной атмосфере на фотометрические наблюдения звезд. Казань: Изд-во КФУ, 2010. 17 с.
2. Ageev A. L., Igumnov G. A., Kostousov V. B., Agafonov I. B., Zolotorev V. V., Madison E. A. Aperture synthesizing for multichannel side-scan sonar with compensation of trajectory instability. *Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*. 2013. vol. 140, no. 3. pp. 140–148.

3. Bal G. Kinetics of scalar wave fields in random media. *Wave Motion*. 2005. vol 43. pp. 132-157 .
4. Mendus V. I., Postnov G. A. On Angular Intensity Distribution of High-Frequency Ambient Dynamic Noise of the Ocean. *Acoustical Physics*. 1993. vol. 39. no. 6. pp. 1107–1116.
5. Matvienko Yu. V., Voronin V. A., Tarasov S. P., Sknarya A. V., Tutyrin E. V. Some Ways to Improve Technologies for Sonar Survey of the Seabed Using the Autonomous Underwater Unmanned Vehicle. *Podvodnye Issledovaniya i Robototekhnika*. 2009. vol. 8. no. 2. pp. 4–15.
6. Quijano J. E., Zurk L. M. Radiative transfer theory applied to ocean bottom modeling // *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2009. V. 126. No. 4. P. 711-723.
7. Прохоров И.В., Сущенко А.А. О корректности задачи Коши для уравнения переноса излучения с френелевскими условиями сопряжения // *Сибирский математический журнал*. 2015. Т. 56. № 4. С. 736-745.
8. Kan V.A., Prokhorov I.V., Sushchenko A.A. Determining the bottom surface according to data of side-scan sonars // *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*. 2016. V. 10035. Art. no. 1003518.
9. Kovalenko E.O., Sushchenko A.A., Prokhorov I.V. Processing of the information from side-scan sonar // *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*. 2016. V. 10035. Art. no. 100352C.
10. Прохоров И. В., Сущенко А. А., Кан В. А. Об одной задаче определения рельефа дна флуктуирующего океана // *Сибирский журнал индустриальной математики*. 2015. Т. 62. № 2. С. 99-110.
11. Прохоров И.В., Сущенко А.А. Исследование задачи акустического зондирования морского дна методами теории переноса излучения // *Акустический журнал*. 2015. Т. 61. №3. С. 400-408.
12. Prokhorov I., Sushchenko A. Analysis of the impact of volume scattering and radiation pattern on the side-scan sonar images. *Proceedings of Meetings on Acoustics*. 2015. vol. 24. 005007.
13. Prokhorov I. V., Sushchenko A. A. Imaging Based on Signal from Side-Scan Sonar. *Applied Mechanics and Materials*. 2015. vol. 756. pp. 678-682.

MSC 51P05 65M32 45A05 35Q60

Determination of the scattering coefficient in the problem of the remote sensing

P.A. Vornovskikh¹, A.A. Sushchenko^{1,2}

Far Eastern Federal University¹, Institute of Applied Mathematics FEB RAS²

Abstract: Authors consider the process of the remote sensing in the weak scattering media. Based on the kinetic model of the radiation transfer authors solve a direct problem in the double scattering approximation. The inverse problem for determination of the scattering coefficient, based on the reflected signal, is studying. The numerical experiment for analyzing of the influence of double scattering in the media on the solution of inverse problem is done.

Keywords: radiation transfer equation, scattering coefficient, the Neuman series, remote sensing.

References

1. Zhukov G.V. Vliyanie pogloscheniya sveta v zemnoy atmosfere na fotometricheskie nablyudeniya zvezd [The influence of light absorption in the Earth atmosphere on photometric observations of stars]. Kazan: Publishing of the KFU, 2010. 17 p.
2. Ageev A. L., Igumnov G. A., Kostousov V. B., Agafonov I. B., Zolotorev V. V., Madison E. A. "Aperture synthesizing for multichannel side-scan sonar with compensation of trajectory instability" // Izvestiya SFedU. Engineering Sciences. 2013. Vol. 140. No. 3. P. 140–148.
3. Bal G. "Kinetics of scalar wave fields in random media" // Wave Motion. 2005. V. 43. P. 132-157.
4. Mendus V. I., and Postnov G. A. "On Angular Intensity Distribution of High-Frequency Ambient Dynamic Noise of the Ocean" // Acoustical Physics. 1993. V. 39. No. 6. P. 1107–1116.
5. Matvienko Yu. V., Voronin V. A., Tarasov S. P., Sknarya A. V. and Tutyrin E. V. "Some Ways to Improve Technologies for Sonar Survey of the Seabed Using the Autonomous Underwater Unmanned Vehicle" // Podvodnye Issledovaniya i Robototekhnika. 2009. V. 8. No. 2. P. 4–15.
6. Quijano J. E., Zurk L. M. Radiative transfer theory applied to ocean bottom modeling // The Journal of the Acoustical Society of America. 2009. V. 126. No. 4. P. 711-723.
7. Prokhorov I. V., and Sushchenko A. A. "On the well-posedness of the Cauchy problem for the equation of radiative transfer with Fresnel matching conditions" // Siberian Mathematical Journal. 2015. V. 56. No. 4. P. 736–745.
8. Kan V.A., Prokhorov I.V., Sushchenko A.A. Determining the bottom surface according to data of side-scan sonars // Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering. 2016. V. 10035. Art. no. 1003518.
9. Kovalenko E.O., Sushchenko A.A., Prokhorov I.V. Processing of the information from side-scan sonar // Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering. 2016. V. 10035. Art. no. 100352C.

10. Prokhorov I.V., Sushchenko A.A., Kan V.A. On the Problem of Reconstructing the Floor Topography of a Fluctuating Ocean // Journal of Applied and Industrial Mathematics. V. 9. No. 3. P. 412–422.
11. Prokhorov I. V. , and Sushchenko A. A. "Studying the Problem of Acoustic Sounding of the Seabed Using Methods of Radiative Transfer Theory" // Acoustical Physics. 2015. V. 61. No. 3. P. 368-375.
12. Prokhorov I., Sushchenko A., Kan V., Kovalenko E. "Simulation of Sonar Signal Propagation in a Fluctuating Ocean" // Physics Procedia. 2015. V. 70. P. 690–694.
13. Prokhorov I., Sushchenko A. "Analysis of the impact of volume scattering and radiation pattern on the side-scan sonar images"// Proceedings of Meetings on Acoustics. 2015. V. 24. P. 005007.
14. Prokhorov I. V., Sushchenko A. A. "Imaging Based on Signal from Side-Scan Sonar"// Applied Mechanics and Materials. 2015. V. 756. P. 678-682.