УДК 629.735.45.05

Теоретико-экспериментальный метод определения физико-механических параметров вязкоупругого материала композитного торсиона несущего винта вертолета

И.Н. Сидоров, А.В. Горелов, Л.П. Шабалин

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ

Аннотация: Предложен метод, с помощью которого можно проводить определение характеристик линейного наследственно-упругого материала элементов торсиона, подчиняющегося принципу суперпозиций Больцмана-Вольтерра. Метод основан: на решении уравнений математической модели поведения торсиона при постоянном силовом нагружении его концевой части с помощью конечно-элементного программного комплекса «ANSYS»; использовании экспериментальных данных параметров функции ползучести податливости концевой части торсиона; определении «мгновенного» модуля сдвига резиновых слоёв, обеспечивающего экспериментальное «мгновенное» перемещение в плоскости взмаха.

Ключевые слова: композитный торсион несущего винта вертолета, наследственно-упругий материал элементов торсиона, функция ползучести

1. Введение

В настоящее время наряду с классическими трехшарнирными втулками несущего винта все более широкое распространение получают бесшарнирные втулки с упругими элементами торсионного типа. В этих втулках демпфирование колебаний лопастей в плоскостях вращения и взмаха осуществляются за счет вязкоупругих свойств элементов торсиона, которые в свою очередь определяются конструкцией и применяемыми материалами. В работе предложен теоретико-экспериментальный метод определения параметров линейного наследственно-упругого материала элементов торсиона, подчиняющегося принципу суперпозиций Больцмана – Вольтерра.

2. Геометрическая и конечно-элементная модели торсиона. Моделирование закрепления и нагружения торсиона

В работе численно исследовалась часть торсиона – рукав. Геометрическая модель которого, построенная в САПР SolidWorks представлена на рис. 1.

На основе геометрической модели с помощью конечно-элементного пакета программ «ANSYS» на языке APDL создана конечно-элементная модель рукава торсиона, показанная на рис. 2. При разбиении торсиона на конечные элементы (КЭ), в виду сложности конструкции, использовались как 20-ти так и 10-ти узловые трехмерные квадратичные КЭ SOLID186 и SOLID187 [1]. Для моделирования действия болтов крепления лопасти к торсиону в концевой части и приложения внешних нагрузок со стороны лопасти использовался элемент многоточечных связей MPC184 с включенной опцией жесткой балки (рис. 2) [1].

Механические характеристики стеклопластиковых слоев в комлевой жесткой части назначались в глобальных осях x, y, z (рис. 2), а в жестко-упругой (средней) и концевой частях в специально введенной локальной системе координат повернутой на угол конусно-

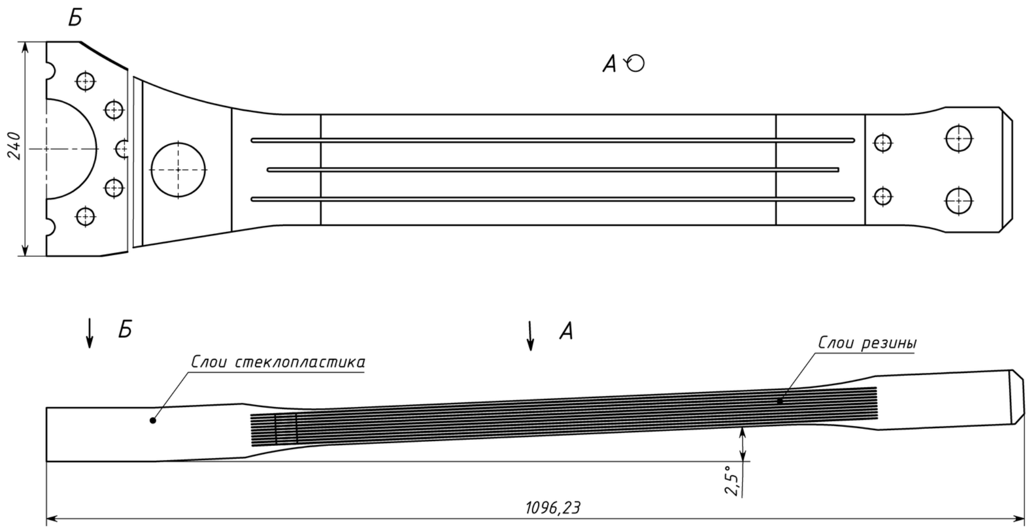

Рис. 1. Геометрическая модель рукава торсиона

сти $-2,5^\circ$ вокруг оси x. Конечно-элементная модель рукава торсиона насчитывала 382690 КЭ.

Неподвижное болтовое соединение комлевой части торсиона с втулкой несущего винта моделировалось жестким закреплением на поверхностях отверстий комлевой части (заданы нулевые векторы перемещений U_x, U_y, U_z узлов (рис. 2)). Сосредоточенная сила, статически эквивалентная силовому действию внешних сил со стороны лопасти несущего винта, прикладывалась к узлу, расположенному на оси торсиона и передавалась на торсион с помощью жестких балочных КЭ связи MPC184 (вектор силы показан стрелкой на рис. 2).

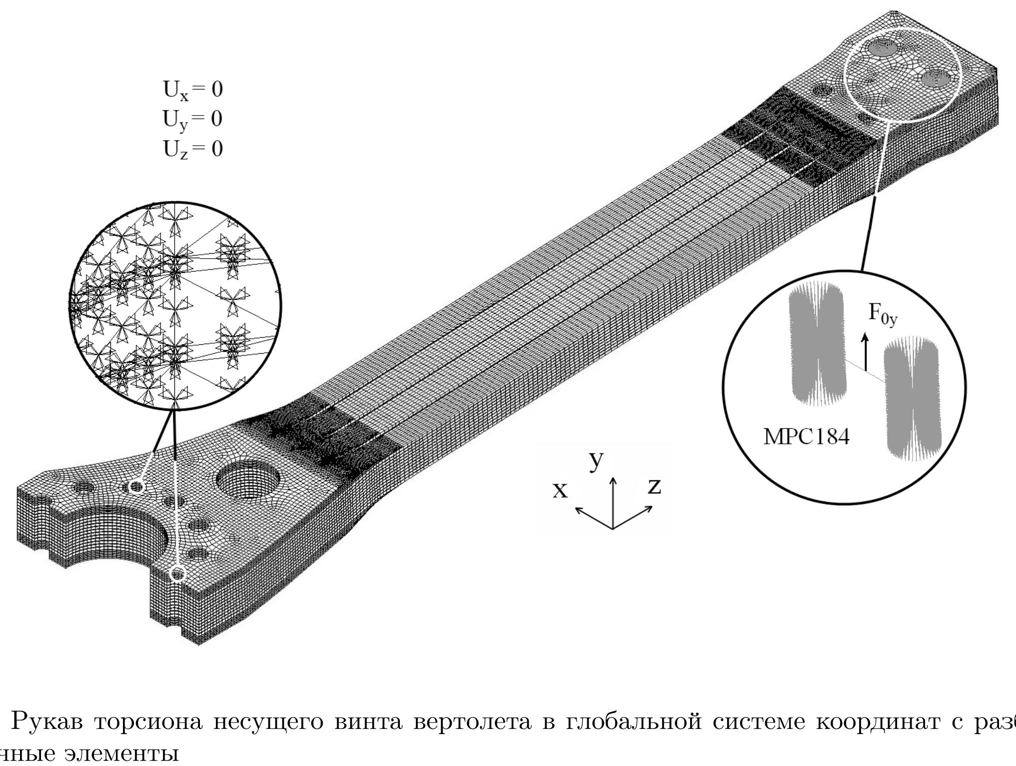

Рис. 2. Рукав торсиона несущего винта вертолета в глобальной системе координат с разбиением на конечные элементы

3. Математическая модель поведения рукава торсиона при концевом нагружении с учетом вязкоупругих свойств резины.

Положим, что концевая часть торсиона нагружается постоянным вектором сил

$$\mathbf{F}_0 = \mathbf{e}_2 F_{0y}, \tag{1}$$

где $\mathbf{e}_i$ $(i = \overline{1,3})$ – базисные векторы глобальной системы координат x, y, z (рис. 2).

В жестко-упругой части композитного торсиона, состоящей из чередующихся стеклопластиковых и вязкоупругих слоев резины, связь компонентов тензора деформаций с компонентами тензора напряжений для элементов резины представим через шаровую и чисто сдвиговую девиаторную части как [2] (по повторяющимся индексам проводится суммирование)

$$\begin{gathered}
\varepsilon_{qk}^r = \frac{1}{3}\theta^r \delta_{qk} + э_{qk}^r = \frac{1}{3K_r^*(t)}\left(\bar{\sigma}^r\right)\delta_{qk} + \frac{1}{2G_r^*(t)}\left(s_{qk}^r\right), \\
\bar{\sigma}^r = \frac{1}{3}\sigma_{qk}^r \delta_{qk},\ s_{qk}^r = \sigma_{qk}^r - \bar{\sigma}^r \delta_{qk},\ \theta^r = \varepsilon_{qk}^r \delta_{qk},\ э_{qk}^r = \varepsilon_{qk}^r - \frac{1}{3}\theta^r \delta_{qk}, \\
\frac{1}{K_r^*(t)} = \frac{1}{K_r}\left[(...) + \int_0^t k(t-\tau)\,(...)\,d\tau\right],\ \frac{1}{G_r^*(t)} = \frac{1}{G_r}\left[(...) + \int_0^t \varphi(t-\tau)\,(...)\,d\tau\right], \\
\frac{1}{K_r} = \frac{3(1-2\nu_r)}{E_r},\ \frac{1}{G_r} = \frac{2(1+\nu_r)}{E_r},
\end{gathered} \tag{2}$$

где E_r, $G_r^*(t)$, ν_r – модуль Юнга, модуль сдвига и коэффициент Пуассона материала резины соответственно, δ_{qk} – символ Кронекера, K_r – «мгновенный» модуль объемной деформации, G_r – «мгновенный» модуль сдвига, $k(t-\tau)$, $\varphi(t-\tau)$ – ядра ползучести при гидростатическом напряженном состоянии и чистом сдвиге. Соотношения (2) получены на основании предположения, что материал резины линейный наследственно-упругий, подчиняющийся принципу суперпозиций Больцмана – Вольтерра [4]. Далее положим, что при гидростатическом напряженном состоянии модуль объемной деформации $K_r^*(t)$ не меняет со временем своего значения и $K_r^*(t) \equiv K_r$, $k(t-\tau) \equiv 0$. Тогда в соответствии с (2) связь компонентов тензора деформаций с компонентами тензора напряжений для элементов резины можно представить в виде

$$\varepsilon_{qk}^r = \frac{1}{3K_r}\left(\bar{\sigma}^r\right)\delta_{qk} + \frac{1}{2G_r^*(t)}\left(s_{qk}^r\right). \tag{3}$$

При нагружении концевой части постоянным вектором поперечной силы (1) вектор перемещений элементов торсиона будем искать в виде

$$\mathbf{u}(\mathbf{x},t) = \mathbf{u}_e(\mathbf{x}) + \Delta\mathbf{u}(\mathbf{x})\Lambda_r(t), \tag{4}$$

где $\mathbf{x}$ – радиус-вектор элемента торсиона в глобальной системе координат (рис. 2), $\mathbf{u}_e(\mathbf{x})$ – «мгновенный» вектор упругих перемещений элементов, $\Lambda_r(t)$ – функция ползучести резины [2], подлежащая определению, $\Delta\mathbf{u}(\mathbf{x})$ – вектор дополнительных перемещений элементов, вызванный ползучестью.

Компоненты тензора малых деформаций в глобальной системе координат согласно [3] и с учётом (4) имеют вид

$$\varepsilon_{pl}(\mathbf{x},t) = \frac{1}{2}\left(\left(\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial x_p}, \mathbf{e}_l\right) + \left(\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial x_l}, \mathbf{e}_p\right)\right) = \varepsilon_{pl(e)}(\mathbf{x}) + \Delta\varepsilon_{pl}(\mathbf{x})\Lambda_r(t). \tag{5}$$

Далее будем полагать, что при нагружении концевой части постоянным вектором поперечной силы девиаторная часть тензора напряжений резины s_{qk}^r не меняется в процессе ползучести. Тогда соотношение (3) с учётом (5) перейдет к виду

$$\varepsilon_{qk}^r = \varepsilon_{qk(e)}^r + \Delta\varepsilon_{qk}^r \Lambda_r(t) = \frac{1}{3K_r}\left(\bar{\sigma}_{(e)}^r\right)\delta_{qk} + \frac{s_{qk(e)}^r}{2G_r(t)}\left(1 + \Lambda_r(t)\right), \tag{6}$$

где $\bar{\sigma}^r_{(e)}$, $s^r_{qk(e)}$ – соответственно «мгновенные» среднее напряжение и девиатор тензора напряжений резины. Для выполнения условия неизменности s^r_{qk} в процессе ползучести необходимо потребовать выполнение соотношения

$$\Delta\varepsilon^r_{qk} = э^r_{qk(e)} = \varepsilon^r_{qk(e)} - \frac{1}{3}\theta^r_{(e)}\delta_{qk}. \tag{7}$$

Тогда из (6) после некоторых преобразований с учетом (2), (7) получим

$$\begin{gathered}\sigma^r_{qk} = \sigma^r_{qk(e)} = \lambda_r\theta^r_{(e)}\delta_{qk} + 2G_r\varepsilon^r_{qk(e)},\\ \lambda_r = K_r - \frac{2}{3}G_r = \frac{E_r\nu_r}{(1-2\nu_r)(1+\nu_r)}.\end{gathered} \tag{8}$$

Вектор дополнительных перемещений $\Delta\mathbf{u}(\mathbf{x})$, удовлетворяющий (7), определим как

$$\Delta\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}_e(\mathbf{x}), \tag{9}$$

что следует из практически несжимаемости резины (коэффициент Пуассона резины $\nu_r \approx 0,5$ о чем будет сказано ниже).

Уравнения равновесия для элемента резины (стеклопластика) при нагружении концевой части торсиона имеют вид

$$\frac{\partial\left(\sigma^{r(st)}_{qk}\mathbf{e}_k\right)}{\partial x_q} = 0,\ x \in \Omega_{r(st)}, \tag{10}$$

где $\Omega_{r(st)}$ – область пространства, занятая резиной (стеклопластиком).

Для слоев стеклопластика компоненты напряжений вычисляются согласно физическим соотношениям обобщенного закона Гука для упругого анизотропного материала и представляются на основании (9) как

$$\sigma^{st}_{qk} = \overset{st}{A}_{qkpl}\varepsilon_{pl(e)}\left(1 + \Lambda_r(t)\right), \tag{11}$$

где $\overset{st}{A}_{qkpl}$ – тензор модулей упругости стеклопластиковых слоев в глобальных осях. Для ненулевых компонентов этого тензора имеются формулы (всего 9 компонентов)

$$\overset{st}{A}_{\alpha\alpha\alpha\alpha} = E^{st}_\alpha\frac{(1-\nu^{st}_{\beta\gamma}\nu^{st}_{\gamma\beta})}{\Delta_{st}},\ \overset{st}{A}_{\alpha\beta\alpha\beta} = 2G^{st}_{\alpha\beta},$$

$$A^{st}_{\alpha\alpha\beta\beta} = A^{st}_{\beta\beta\alpha\alpha} = E^{st}_\beta\frac{(\nu^{st}_{\alpha\beta} + \nu^{st}_{\alpha\gamma}\nu^{st}_{\gamma\beta})}{\Delta_{st}},$$
$$\Delta_{st} = 1 - \nu^{st}_{12}\nu^{st}_{21} - \nu^{st}_{13}\nu^{st}_{31} - \nu^{st}_{32}\nu^{st}_{23} - \nu^{st}_{12}\nu^{st}_{23}\nu^{st}_{31} - \nu^{st}_{21}\nu^{st}_{13}\nu^{st}_{32},$$

где α, β, γ изменяются циклически и пробегают значения 1,2,3, а E^{st}_α, $G^{st}_{\alpha\beta}$, $\nu^{st}_{\alpha\beta}$ – соответственно модули Юнга, модули сдвига и коэффициенты Пуассона в осях ортотропии.

Систему уравнений (10), (11) дополним граничными условиями и условиями сопряжения на границе раздела резиновых и стеклопластиковых слоёв:

1. Кинематические условия, соответствующие закреплению торсиона в комлевой части

$$\mathbf{u}_{(e)}\big|_{S_{COM}} = 0. \tag{12}$$

2. Статические граничные условия, соответствующие нагружению (1) торсиона в концевой части

$$\mathbf{F}|_{S_{EC}} = \mathbf{F}_0, \tag{13}$$

где S_{COM}, S_{EC} соответственно поверхности комлевой и концевой частей торсиона.

3. Условия сопряжения на границе раздела резиновых и стеклопластиковых слоёв

$$[\mathbf{u}]|_{\partial S_{rst}} = 0, \quad [\sigma_{qk} e_k n_q]|_{\partial S_{rst}} = 0, \tag{14}$$

где ∂S_{rst} – поверхность границы раздела резины и стеклопластика, n_q – компоненты единичной нормали к поверхности ∂S_{rst}, $[\cdot]|_{\partial S_{rst}}$ – разность односторонних пределов функции на ∂S_{rst}.

Как следует из (10), (12) – (14), задача по определению вектора перемещений (4) элементов торсиона в процессе ползучести сводится к решению задачи по определению «мгновенного» вектора перемещений $\mathbf{u}_e(\mathbf{x})$ элементов в момент времени $t = 0$ и дальнейшему пересчёту вектора перемещений $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ по формуле (4) с использованием функции ползучести резины – $\Lambda_r(t)$.

Решение системы уравнений (10) – (14) выполняется с помощью конечно-элементного пакета программ «ANSYS», о чем было сказано в разделе 2.

4. Физико-механические параметры элементов торсиона и их идентификация.

В расчётах принимались следующие физико-механические характеристики материала композитных слоев стеклопластика Т25(ВМ). Модули упругости при растяжении и сдвиге, коэффициенты Пуассона для слоёв, направление нитей основы которых совпадает с продольной осью торсиона (рис. 2) (угол армирования слоя $\varphi = 0°$): $E_x = 18300$ МПа; $E_z = 49000$ МПа; $E_y = 3300$ МПа; $G_{xy} = G_{yz} = 1300$ МПа; $G_{xz} = 6170$ МПа; $\nu_{zx} = 0,225$; $\nu_{yz} = 0,015$; $\nu_{xy} = 0,35$.

Пара симметрично армированных слоев с углами армирования $\varphi = \pm 45°$ принималась за один симметрично армированный слой (монослой), что вполне соответствует реальной структуре слоистых композитов и значительно упрощает расчеты.

Модули упругости при растяжении и сдвиге, коэффициенты Пуассона для слоёв, нити основы которых имеют угол с продольной осью торсиона $\pm 45°$ (рис. 2) (угол армирования слоя $\varphi = \pm 45°$): $E_x = E_z = 18689$ МПа; $E_y = 3300$ МПа; $G_{xy} = G_{yz} = 1300$ МПа; $G_{xz} = 15051$ МПа; $\nu_{zx} = 0,515$; $\nu_{yz} = 0,029$; $\nu_{xy} = 0,166$.

Для слоев вязкоупругой резины принимались следующие физико-механические характеристики: мгновенный модуль Юнга $E_r = 8$ МПа, $\nu_r = 0,49$; «мгновенный» модуль сдвига $G_r = 2,7$ МПа. Указанные модули резины и функция ползучести при сдвиге получены на основании идентификации экспоненциального представления этой функции [2], [4] результатам экспериментальных перемещений рукава рабочего торсиона при изгибе в плоскости взмаха [5] и «мгновенного» модуля сдвига на основе математической модели раздела 3.

На основании представления (4), (9) компонента вектора перемещений концевой части торсиона в этой плоскости представляется в виде функции вида

$$u_{yEC}(t) = u_{ey}(0)\left(1 + \Lambda_r(t)\right), \tag{15}$$

$$\Lambda_r(t) = a_r \left(1 - \sum_{i=1}^{4} \lambda_i \exp(-\frac{t}{\tau_i})\right), \quad \sum_{i=1}^{4} \lambda_i = 1, \tag{16}$$

где характерные времена τ_i и параметры λ_i в общем случае зависят от температуры. При нормальной температуре методом исключения экспонент [5] получены следующие аппроксимационные параметры (16): $a_r \approx 1$, $\lambda_1 = 0,368$, $\tau_1 = 95,24$ с, $\lambda_2 = 0,2213$, $\tau_2 = 10,44$ с, $\lambda_3 = 0,1792$, $\tau_3 = 1,48$ с, $\lambda_4 = 0,2315$, $\tau_4 = 0,17$ с. На рис. 3, 4 представлены соответственно схема экспериментальной установки и экспериментальная кривая перемещений концевой части рукава торсиона. На рис. 4 также представлена аппроксимационная кривая этих перемещений, соответствующая представлению (15). Перемещение $u_{ey}(0) = 13,636$ мм – «мгновенное» упругое перемещение концевой части в момент выхода нагрузки на величину 1100 Н (рис. 3). Расчетное перемещение концевой части $u_{ey}(\infty) = u_{ey}(0)\,(1+\Lambda_r(\infty)) = 2u_{ey}(0) = 27,272$ мм, полученное на основании представления (16), отличается от экспериментального значения на 0,8%.

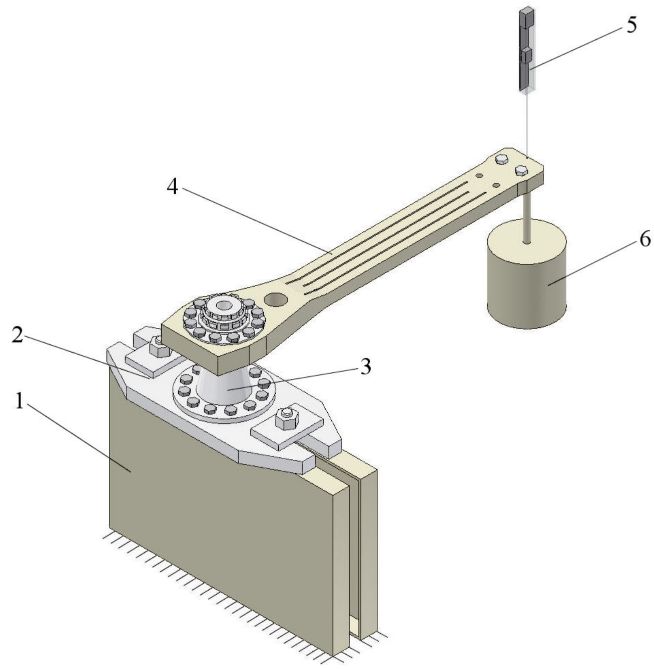

Рис. 3. Экспериментальная установка для исследования ползучести рукава торсиона при изгибе в плоскости взмаха: 1 – силовая колонна; 2 – основание; 3 – имитатор вала; 4 – рукав торсиона; 5 – система измерения перемещений; 6 – набор грузов

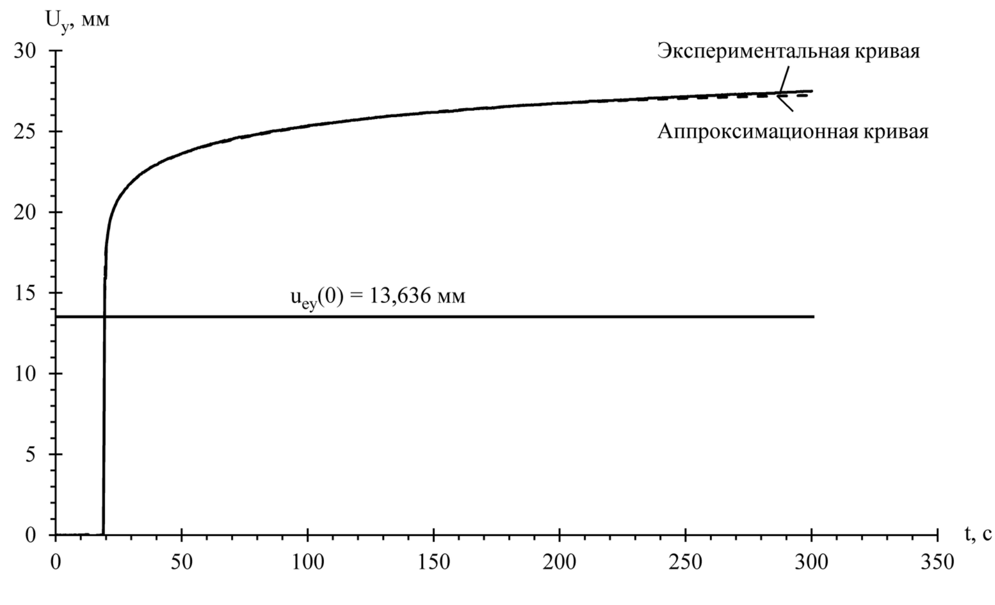

Рис. 4. Перемещения концевой части рукава торсиона в плоскости взмаха ($F_{0y} = 1100\ H$)

5. Заключение

Таким образом, предложен теоретико-экспериментальный метод определения физико-механических параметров вязкоупругого материала композитного торсиона несущего винта вертолета. Метод позволяет проводить идентификацию «мгновенного» модуля сдвига и параметров функции ползучести резиновых слоев, используя экспериментальные данные изменения во времени компонента вектора перемещений концевой части торсиона в плоскости взмаха при заданном постоянном векторе силового нагружения этой части.

Литература

1. Чигарев А.В., Кравчук А.С., Смалюк А.Ф. ANSYS для инженеров: Справ. пособие. // -М.: «Машиностроение-1», 2004. 512 с.

2. Филин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. т. 1. // М.: Главная редакция физико-математической литературы из-ва «Наука», 1975. 832 с.

3. Седов Л.И. Механика сплошной среды. т.1. // М.: Главная редакция физико-математической литературы из-ва «Наука», 1976. 536 с.

4. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. // М.: Главная редакция физико-математической литературы из-ва «Наука», 1966. 752 с.

5. Горелов А.В., Дунай О.О., Сидоров И.Н. Метод расчета характеристик демпфирующих свойств композитного торсиона несущего винта вертолета. // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева, 2012. № 2. С. 148 – 158.

MSC 35-06

Theoretical-experimental method for determining physical and mechanical parameters of viscoelastic material of composite torsion of helicopter main rotor

I.N. Sidorov[1], A.V. Gorelov[1], L.P. Shabalin[1],
Kazan National Research Technical University n.a. Tupolev[1]

Abstract: A method which can be used to carry out the characterization of linear hereditarily-elastic material torsion elements subjected to the Boltzmann-Volterra superposition principle is proposed. The method is based: on the solution of mathematical model equations of the behavior of torsion under constant force loading applied to the end part using finite element software "ANSYS"; using of the experimental data of elastic compliance function parameters of torsion bar end; determining of "instantaneous"shear modulus of rubber layers providing experimental "instantaneous" displacement in the plane of the stroke.

Keywords: composite torsion of the helicopter main rotor, hereditarily-elastic material of the torsion elements, creep function

References

1. Chigarev A.V., Kravchuk A.S., Smaluk A.F. ANSYS dlya inzhenerov [ANSYS for engineers]. Moscow, Publishing of the "Mashinostroenie-1 2004. 512 p.
2. Filin A.P. Prikladnaya mekhanika tverdogo deformiruemogo tela [Applied mechanics of rigid deformable body]. Moscow, Publishing of the "Nauka 1975. 832 p.
3. Sedov L.I. Mekhanika sploshnoj sredy [Mechanics of continua]. Moscow, Publishing of the "Nauka 1976. 536 p.
4. Rabotnov Yu.N. Polzuchest' ehlementov konstrukcij [The creep of structural elements]. Moscow, Publishing of the "Nauka 1966. 752 p.
5. Gorelov A.V., Dunai O.O., Sidorov I.N. Metod rascheta harakteristik dempfiruyushchih svojstv kompozitnogo torsiona nesushchego vinta vertoleta [Analysis of the damping characteristics for a composite elastic hub of helicopter main rotor] // Vestnik KGTU im. A.N. Tupoleva [Journal "Vestnik KGTU im. A.N. Tupoleva"]. 2012. No 2. P. 148-158.