

УДК 51-76

## **Устойчивость математической модели развития леса**

Шалаева А.А., Мамедова Т.Ф., Егорова Д.К.

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет

*Аннотация:* Представлена математическая модель развития лесного массива. Модель может быть использована для численного моделирования системы с целью исследования устойчивости решения к непрерывным возмущениям и поиска параметров модели с элементами управления.

*Ключевые слова:* математическая модель, модель Лотки-Вольтерра, лесной массив, система обыкновенных дифференциальных уравнений, устойчивость.

В данное время все более пристальное внимание отводится проблеме сохранения и восстановления природных ресурсов, в частности, лесного массива. Поскольку лесной массив в своем многообразии является не только важнейшим фактором, оказывающим существенное влияние на экологические процессы, но и играет большую роль в хозяйственной и промышленной деятельности человека. Информация о состоянии и динамике лесных массивов является недостаточной и не отвечает современным требованиям экологического мониторинга, не дает точного ответа на вопросы, какое количество древостоя возобновляется естественным путем, в какой момент времени необходимо привлекать человеческий ресурс.

Один из способов моделирования динамики развития лесного массива основывается в разделении всех единиц лесного массива (деревьев) на возрастные группы. Выявлено, что деревья разных возрастов имеют определённую степень влияния в динамике численности и качества жизнедеятельности друг друга, в частности, деревья разного возраста отличаются высотой, диаметром ствола, потребностью к свету и в целом доступностью к нему. Так, деревья старшего возраста оказывают сильное влияние на корневую систему подроста (деревьев младшего возраста). В работе сформулированы основные требования к модели и исходные данные для моделирования, поставлена концептуальная формулировка данной модели. В частности, важно, чтобы лесонасаждения развивались на замкнутой однородной территории, с одинаковыми климатическими и не влияющими на нее географическими условиями, все лесные насаждения разных возрастных фигур были равномерно распределены на этой территории. Конкуренция и преобладание отдельных видов популяций исключена.

В основе построения математической модели выбрана модель взаимодействия двух и более сообществ Лотки-Вольтерра [1].

Наиболее сложной и актуальной проблемой моделирования реальных процессов является определение параметров модели, таких, чтобы они наиболее точно отражали состояния и развитие системы.

Пусть  $x_i(t)$  – количество деревьев в  $i$ -ой возрастной группе в момент времени  $t$ , где  $t = \overline{1, n}$ , где  $n$  – количество классов разбиения.

Было принято разделить весь лесной массив на три возрастные категории: деревья старшего возраста, среднего и подростки. Количество классов разбиения примем значением равное трем ( $n = 3$ ).

Введем обозначения:  $x$  – древостой младшей группы (подросты),  $y$  – средне-

возрастные деревья,  $z$  – деревья старшей возрастной группы (перестой),  $\alpha(y, z)$  – функция, характеризующая скорость рождения деревьев младшего возраста,  $\gamma(z)$  – функция гибели деревьев младшего возраста;  $r$  и  $h$  – коэффициенты гибели деревьев старшей возрастной групп (второй и третьей);  $g$  и  $q$  – интенсивность перехода деревьев в следующую возрастную группу.

В результате была получена следующая система дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \alpha(y, z) - \gamma(z)x - g(x), \\ \frac{dy}{dt} = gx - qy - ry, \\ \frac{dz}{dt} = qy - hz. \end{cases} \quad (1)$$

Представленная модель позволяет описать динамику лесных насаждений по Республике Мордовия. Однако, для более полного исследования модели необходимо проанализировать влияние человека на природу, поскольку человеческая деятельность является важным фактором, который необходимо учитывать как для эффективного использования ресурсов, так и для сохранения природы.

Модель может быть использована для численного моделирования системы с целью исследования устойчивости решения к непрерывным возмущениям и поиска параметров модели с элементами управления. Также можно выявить характерные режимы и исследовать допустимость полученных результатов.

Важно отметить, что леса являются важным ресурсом для человечества, поскольку они обеспечивают кислород и являются домом для многих животных. Однако неумеренная вырубка лесов может привести к серьезным экологическим последствиям, таким как ухудшение качества почвы и снижение биоразнообразия. Поэтому использование данной модели может помочь в разработке устойчивых стратегий управления лесными ресурсами, которые учитывают как экономические, так и экологические аспекты [2, 3].

Также, модель может быть использована для прогнозирования будущих изменений в лесных насаждениях и для оценки эффективности различных программ лесопользования. В целом, она является важным инструментом для исследования динамики лесных насаждений и их управления и может помочь в создании устойчивых стратегий управления ресурсами и сохранении природы для будущих поколений.

## Литература

1. Чумаченко С.И. Моделирование динамики многовидовых разновозрастных лесных ценозов // Журнал общей биологии. 1999. Т.59, № 4. С. 371-377.
2. Мамедова Т.Ф., Ляпина А.А. Исследование математических моделей взаимодействия многовидовых сообществ // X конференция Дифференциальные уравнения и их приложения в математическом моделировании с участием зарубежных ученых, – Саранск: СВМО, 2022. 4 (14). С. 62–69.
3. Ризниченко Г.Ю., Рубин А.Б. Математические модели биологических продукционных процессов. Учебное пособие. М.: Изд-во МГУ, 1993. 302 с.

MSC 94M60

## **Stability of the forest development's mathematical model**

A.A. Shalaeva, T.F. Mamedova, D.K. Egorova

National Research Mordovia State University

*Abstract:* A mathematical model of forest development is presented. The model can be used for numerical simulation of the system in order to study the stability of the solution to continuous disturbances and search for the parameters of the model with controls.

*Keywords:* mathematical model, Lotka-Volterra model, forest, system of ordinary differential equations, stability.

### **References**

1. Chumachenko S.I. Modeling the dynamics of multi-species forest cenoses of different ages // Journal of General Biology. 1999. V.59, No. 4. P. 371-377.
2. Mamedova T.F., Lyapina A.A. Research of mathematical models interactions of multispecies communities // X conference Differential equations and their applications in mathematical modeling with the participation of foreign scientists, - Saransk: SVMO, 2022. 4 (14). P.62 - 69.
3. Riznichenko G.Yu., Rubin A.B. Mathematical models of biological production processes. Tutorial. M.: Publishing House of Moscow State University, 1993. 302 p.