

УДК 519.622.2

О численном решении дифференциально-алгебраических уравнений второго порядка*

Соловарова Л. С.¹, Фьюнг Т. Д.²

Институт динамики систем и теории управления имени В. М. Матросова
Сибирского отделения Российской академии наук¹,
Институт математики Вьетнамской Академии Наук и Технологий²

Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) различных порядков один из основных инструментов для моделирования важных прикладных задач. Если все уравнения одинакового порядка, то они образуют систему ОДУ. Если процесс или явление описываются взаимосвязанными ОДУ различных порядков и трансцендентными (конечномерными) уравнениями, то, объединяя их, получим систему ОДУ с тождественно вырожденной матрицей перед старшей производной. Такие системы принято называть дифференциально-алгебраическими уравнениями (ДАУ). Если порядок такой системы выше первого, то их называют ДАУ высокого порядка.

К настоящему времени бурно развиваются качественная теория и численные методы решения ДАУ первого порядка (как для начальной, так и для краевой задачи). Весьма полная библиография представлена, например, в монографии [1]. Для ДАУ высокого порядка обычно применяют следующий стандартный подход [2]. Путем введения новой вектор-функции размерности nk (n – размерность исходной задачи, k – порядок ДАУ) записывают эту задачу в виде ДАУ первого порядка. Такое преобразование имеет ряд недостатков: увеличивает размерность в k раз и значительно ухудшает свойства полученной задачи.

Отметим также, что к настоящему времени статей, посвященных численному решению ДАУ высокого порядка очень мало. Работа [3] посвящена применению неявного метода Эйлера для рассматриваемых задач.

В докладе для ДАУ второго порядка вида

$$A(t)x''(t) + B(t)x'(t) + C(t)x(t) = f(t), \quad t \in [0, 1], \quad (1)$$

$$x(0) = x_0, \quad x'(t)|_{t=0} = x'_0, \quad (2)$$

где $A(t), B(t), C(t)$ – $(n \times n)$ -матрицы, $f(t)$ и $x(t)$ – заданная и искомая n -мерные вектор-функции, соответственно, $x_0, x'_0 \in R^n$, $\det A(t) \equiv 0$, предлагаются многшаговые методы, построение которых основано на идеях из [4].

Литература

1. Lamour R., März R., Tischendorf C. Differential-Algebraic Equations: A Projector Based Analysis. Springer, 2013. 649 p.
2. Mehrmann V., Shi C. Transformation of high order linear differential-algebraic systems to first order // Numerical Algorithms. 2006. No. 42. pp. 281-307.

*Работа выполнена при финансовой поддержке проекта РФФИ 20-51-54003

3. Sand J. On implicit Euler and related methods for high-order high-index DAEs. // Applied Numerical Mathematics. 2002. No 42. pp. 411-424.
4. Булатов М. В., Ли Минг Гонг, Соловарова Л. С. О разностных схемах первого и второго порядков для дифференциально-алгебраических уравнений индекса не выше двух // Журнал вычисл. математики и матем. физики. 2010. Т. 50, № 11. С. 1909-1918.

MSC2020 65L80

On the numerical solution of differential-algebraic equations of the second order

L. S. Solovarova¹, Ta Duy Phuong²

Matrosov Institute for System Dynamics and Control Theory of SB RAS¹,
Institute of Mathematics, Vietnam Academy of Science and Technology²