

УДК 519.63

Математическое моделирование нестационарного течения однофазного потока в пористых коллекторах*

Мазитов А. А.¹, Губайдуллин И. М.^{1,2}

Институт нефтехимии и катализа УФИЦ РАН¹,
Уфимский государственный нефтяной технический университет²

Добыча нефти сопровождается выделением сопутствующих воды или газа из нефти как в поверхностных, так и в пластовых условиях. Различие давлений в пласте и на поверхности приводит к тому, что часть газа, растворенного в сырой нефти, при подъеме в стволе скважины переходит в свободное состояние [1]. Таким образом, происходит перемешивание нефти, пластовой воды и нефтяного газа с образованием многофазных потоков. В таких потоках концентрация компонентов смеси изменяется во времени и зависит от различных факторов, что в свою очередь приводит к нестабильности структуры течения потока и изменению его физических свойств. Отсюда можно сделать вывод, что характеристики нефтегазоводяной смеси являются случайными временными функциями.

Требования нефтяной промышленности в настоящее время обуславливают потребность в количественных и качественных методах исследования многофазных потоков. Полученные результаты оценки технологических параметров могут быть использованы при проектировании конструкций.

Целью работы является разработка математической модели, которая наиболее полно описывает процесс теплопереноса жидкости в случае многокомпонентного потока. Изучение задачи проведено поэтапно.

На первом этапе рассмотрена однофазная жидкость, течение которой описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\begin{cases} \phi c \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k}{\mu} r \frac{\partial P}{\partial r} \right), \\ c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) - c_p u \left(\frac{\partial T}{\partial r} + \epsilon \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \eta \phi c_p \frac{\partial P}{\partial t}. \end{cases}$$

Здесь ϕ – пористость (д. ед.), c – сжимаемость (1/Па), k – проницаемость (м^2), μ – вязкость (Па·с), P – пластовое давление (МПа), r – радиус (м), t – время (сут), λ – теплопроводность пористой среды [$\text{Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$], c_p – теплоемкость жидкости [$\text{Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$], T – температура (К), u – скорость конвективного переноса тепла в пористой среде [$\text{м}/\text{с}$], ϵ – коэффициент Джоуля-Томсона [$\text{К}/\text{Па}$], η – коэффициент адиабатического расширения [$\text{К}/\text{Па}$].

Первое уравнение описывает процесс изменения давления в пласте. Второе – процесс теплопереноса жидкости. Начальным шагом к решению представленной системы уравнений является его преобразование в систему линейных алгебраических уравнений путем получения дискретных аналогов исходных уравнений. Для этого использован метод контрольных объемов, заключающийся в разбиении расчетной области на некоторое число контрольных объемов, в каждом из которых содержится одна узловая точка [2]. Дифференциальные уравнения интегрируются по каждому контрольному объему, для вычисления интегралов

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-37-90080)

используются кусочные профили. Методом контрольных объемов для представленной системы получены дискретные аналоги в виде системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} a_P P_P^1 &= a_e [f P_E^1 + (1-f) P_E^0] + a_w [f P_W^1 + (1-f) P_W^0] + P_P^0 [a_P^0 - (1-f) a_e - (1-f) a_w], \\ b_P T_P^1 &= b_e [f T_E^1 + (1-f) T_E^0] + b_w [f T_W^1 + (1-f) T_W^0] + \\ &+ T_P^0 [b_P^0 - (1-f) b_e - (1-f) b_w + k_1] + (k_3 - k_2) (P_P^1 - P_P^0). \end{aligned}$$

Для определенных конкретных значений весового коэффициента f дискретный аналог приводится к схемам для параболических дифференциальных уравнений. В частности при $f = 0$ получаем явную схему, а при $f = 1$ – неявную. Дальнейшее решение задачи сводится к решению системы линейных уравнений путем приведения к неявной разностной схеме, которая сводится к трехточечному уравнению. Одним из известных и общепринятых методов решений таких уравнений является метод прогонки.

Полученная математическая модель позволит количественно описывать поведение температуры и давления в нефтяных коллекторах. Разработанный алгоритм и программа являются удобным и легко адаптируемым к потребностям практики инструментарием для расчета сложных процессов, возникающих при разработке пористых коллекторов.

Литература

1. Басниев К. С., Дмитриев Н. М., Розенберг Г. Д. Нефтегазовая гидромеханика: Учебник для вузов. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 480 с.
2. Патанкар С., Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.

MSC2020 35R01

Mathematical modeling of unsteady single-phase flow in porous reservoirs

A. A. Mazitov¹, I. M. Gubaydullin^{1,2}

Institute of Petrochemistry and Catalysis of the Russian Academy of Sciences¹,
Ufa State Petroleum Technological University²