

УДК 519.633.6+536.21+538.945

Математическое моделирование пик-эффекта в осесимметричных жестких сверхпроводниках

Кузьмичев Н. Д., Шушпанов А. А., Васютин М. А., Лапшина Е. А.

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет

В настоящее время жесткие сверхпроводники 2-го рода широко используются на практике. Для их применения необходимо учитывать их критические параметры. Эти характеристики можно получить экспериментально путем бесконтактных измерений. В последнее время используются материалы с гранулированной структурой, частицы которых в первом приближении можно считать сферами или эллипсоидами. Определение критических параметров образцов с помощью бесконтактных измерений – сложная задача. В свою очередь, актуальным вопросом является моделирование отклика сверхпроводящего образца на меняющееся магнитное поле. В работе рассмотрены задачи с осевой симметрией: короткие цилиндры и эллипсоиды вращения в полях, параллельных оси вращения. В этом случае достаточно провести расчет для осевого сечения, а экранирующий сверхток и вектор-потенциал имеют только азимутальную компоненту.

Плотность сверхтока зависит от силы пиннинга вихрей Абрикосова, которая в свою очередь, зависит от магнитного поля. Рассмотрим локальный случай, когда критическая плотность тока в точке зависит от поля в этой точке. В данной работе в качестве полевой зависимости плотности тока выбрана модель Кима:

$$J_c = \frac{J_{c0}}{\left(1 + \frac{|B|}{B_0}\right)} \quad (1)$$

Здесь B – индукция магнитного поля, B_0 – характерное поле и J_{c0} – критическая плотность тока при $B = 0$. Обычно критическая плотность тока монотонно убывает, но в некоторых сверхпроводниках наблюдается рост J_c при увеличении магнитного поля. Данная особенность получила название пик-эффект. В работе [1] предложено моделировать пик-эффект путем модификации полевой зависимости критического тока:

$$J_c(B) = J_{c0}(B)(1 + f_{peak}(B)) \quad (2)$$

В качестве пик-функции f_{peak} в работе будут использованы обобщенная колоколообразная, модифицированная Гауссова и экспоненциально-логарифмическая функции.

Рассмотрим изотропный локальный случай $\mathbf{V}(\mathbf{H}) = \mu_0 \mathbf{H}$ и вольтамперную характеристику $\mathbf{E} = \frac{E(J)\mathbf{J}}{J}$. Где \mathbf{H} – напряженность внешнего магнитного поля и \mathbf{E} – напряженность электрического поля, созданная внутри сверхпроводника изменяющимся магнитным потоком. Удельное сопротивление ρ аппроксимируем степенной функцией

$$\rho = \frac{E(J)}{J} = E_c \left(\frac{J}{J_c}\right)^n,$$

где $n \geq 1$, границы образца $b \geq y \geq -b, r = (x^2 + y^2)^{0.5} \leq a(y), a(y)$ – функция границы.

Основное уравнение движения плотности тока, интегральное по координатам и дифференциальное по времени приведено в работах [2, 3] и имеет вид:

$$\frac{dJ(\mathbf{r}, t)}{dt} = \mu_0^{-1} \int_0^a dr \int_0^b dy Q_{cyl}^{-1}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \left[E(J) - \frac{r'}{2} \dot{B}_a \right]. \quad (3)$$

Здесь $B_a = B_a(t)$ – индукция внешнего приложенного магнитного поля, зависящая от времени t по заданному закону, например, гармоническому или линейному, а $Q_{cyl}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ – ядро интегрального уравнения, выраженное через эллиптические функции [3, 4]. Для моделирования пик-эффекта воспользуемся функциями:

$$f_{peak}(B) = A / \left(1 + \left(\frac{|B| - B_p}{B_w} \right)^2 \right), \quad (4)$$

$$f_{peak} = A \frac{|B|}{B_p} \exp \left(- \frac{(|B| - B_p)^2}{2B_w^2} \right), \quad (5)$$

$$f_{peak} = A \cdot \exp \left(- \frac{(\ln |B|/B_p)^2}{2(B_w/B_p)^2} \right), \quad (6)$$

где B_p – поле, соответствующие максимуму пика, B_w – поле, характеризующее ширину пика, A – амплитуда пика.

На рис. 1 представлены зависимости критической плотности тока с использованием пик-функций (4)-(6).

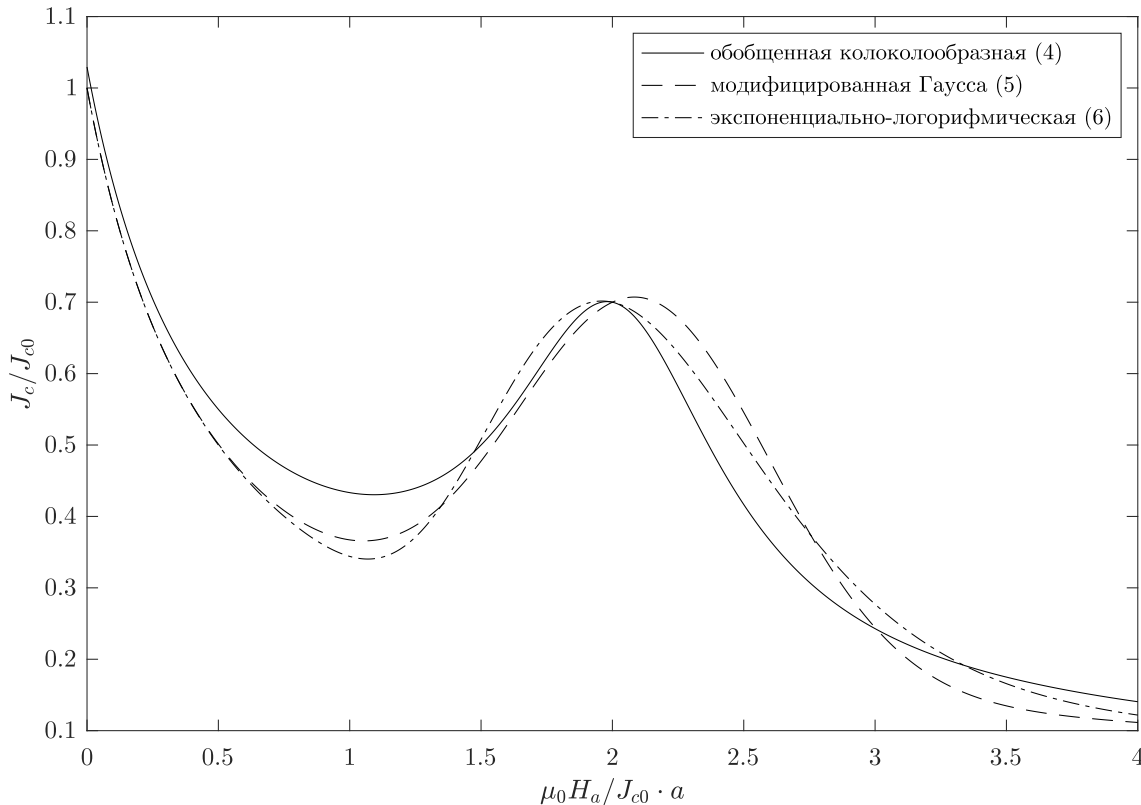


Рис. 1. Вид критической плотности тока при использовании пик-функций (4)-(6) с параметрами $A = 0.5 J_{c0}$, $B_p = 2 J_{c0} \cdot a$, $B_w = 0.5 J_{c0} \cdot a$

Расчеты проводились на шарообразном образце радиусом a . Плотность сетки составляет 15 точек на единицу размера. Внешнее поле выбрано линейно нарастающим. Показатель степени в вольтамперной характеристике выбран $n = 51$. Результаты расчетов приведены на рис. 1 и 2. При построении графиков напряженность внешнего магнитного поля нормирована на величину $J_c \cdot a$, магнитный момент – на $J_c \cdot a^4$.

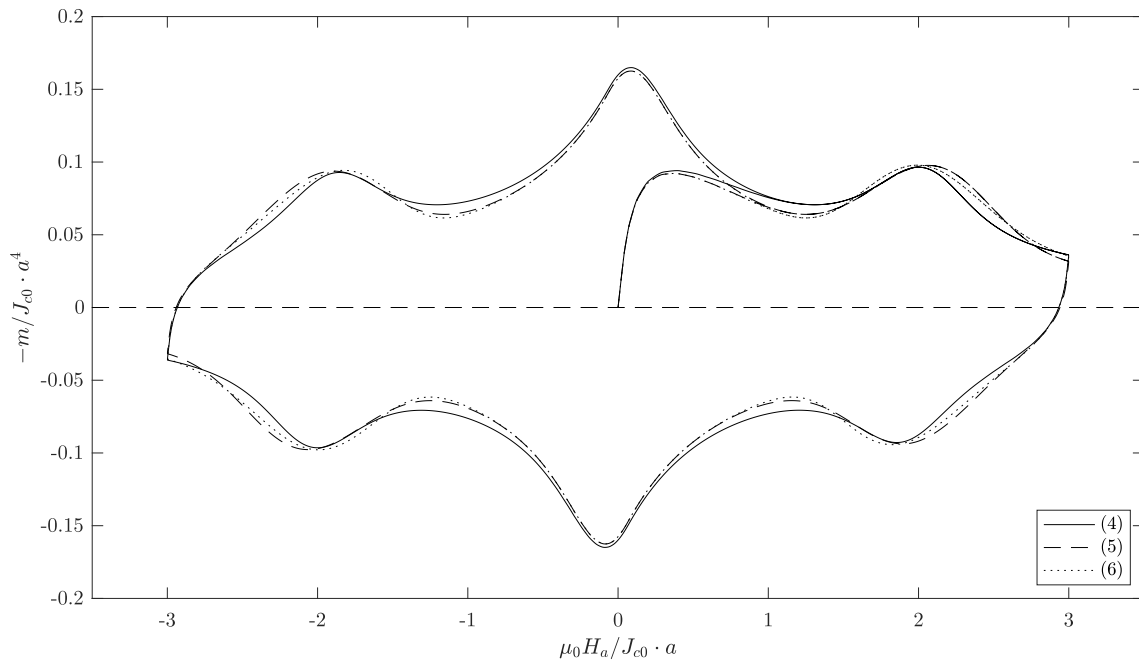


Рис. 2. Петли гистерезиса для намагниченности сферического образца в модели Кима для пик-функций (4)-(6) с параметрами $A = 0.3 J_{c0}$, $B_p = 2 J_{c0} \cdot a$, $B_w = 0.4 J_{c0} \cdot a$

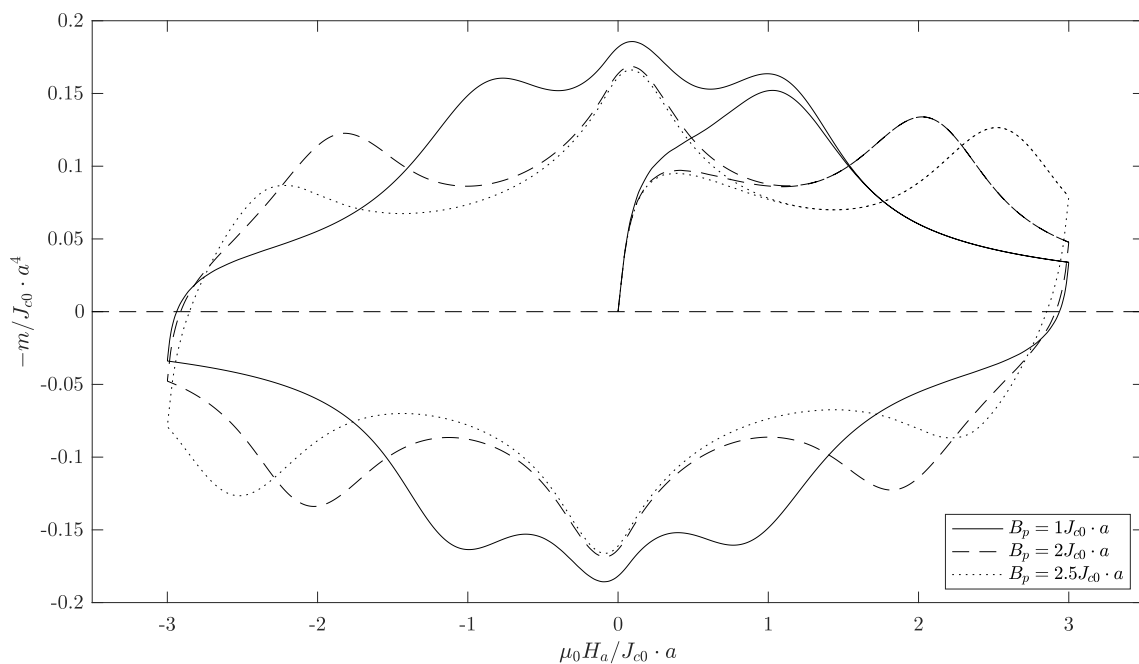


Рис. 3. Петли гистерезиса для намагниченности сферического образца в модели Кима для пик-функции (4) для различных положений максимума, $A = 0.5 J_{c0}$, $B_w = 0.5 J_{c0} \cdot a$

Таким образом в результате проведенных расчетов в работе получены петли гистерезиса намагниченности для цилиндрического и шарообразного образцов с использованием различных моделей пик-эффекта.

Литература

1. Gokhfeld D.M. Secondary Peak on Asymmetric Magnetization Loop of Type-II Superconductors. *J. Supercond. Novel Magn.* 2013. Vol. 26, No. 2. pp. 281-283.
2. Brandt E.H. Superconductor disks and cylinders in an axial magnetic field. I. Flux penetration and magnetization curves. *Phys. Rev. B.* 1998. Vol. 58, No. 10. pp. 6506-6522.
3. Кузьмичев Н.Д., Шушпанов А.А. Васютин М.А. Математическое моделирование магнитных свойств эллипсоидов вращения жёстких сверхпроводников второго рода в модели Бина. *Журнал Средневолжского математического общества.* 2019. Т. 21, № 3. С. 353 - 362.
4. Кузьмичев Н.Д., Шушпанов А.А. Васютин М.А. Математическое моделирование магнитных свойств осесимметричных сверхпроводников второго рода в модели Кима. *Журнал Средневолжского математического общества.* 2020. Т. 22, № 4. С. 456 - 462.

MSC2020 74F15

Mathematical modeling of the pic-effect of spheroid of hard superconductors

N. D. Kuzmichev, A. A. Shushpanov, M. A. Vasyutin, E. A. Lapshina
National Research Mordovia State University