

УДК 531.36

О принципе квазиинвариантности для неавтономных уравнений*

Андреев А.С.¹, Перегудова О.А.¹

Ульяновский государственный университет¹

Широкое использование релейных регуляторов для технических устройств и процессов привело к необходимости разработки качественной теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью [1–5]. Проблеме устойчивости решений таких уравнений посвящено множество исследований. Выделим основные, на наш взгляд, публикации, посвященные решению данной проблемы в направлении исследования представленной статьи. В статьях [3, 6–9] рассматриваются различные аспекты обобщения классических теорем Ляпунова для уравнений с разрывной правой частью и дифференциальными включениями. Теорема об асимптотической устойчивости таких уравнений в автономном случае доказана в [10] для случая, когда существует функция Ляпунова со знакопостоянной производной по времени.

В статьях [11–14] доказаны теоремы о применении функции Ляпунова с полуопределенной производной по времени к проблеме асимптотической устойчивости неавтономных дифференциальных уравнений с разрывной правой частью.

Развитие прямого метода Ляпунова в терминах использования знакопостоянных функций Ляпунова при исследовании устойчивости непрерывных неавтономных дифференциальных уравнений [15–17] позволило получить новые методы решения задачи управления движением механических систем [18–20].

Целью нашего исследования является получение новых результатов в направлении, представленном в [11, 12, 21–28], и решение на их основе задач применения релейных законов управления для стабилизации установившихся движений управляемых механических систем.

В докладе представлено решение задачи стабилизации установившихся движений голономной механической системы с помощью релейных законов управления. Это решение достигается путем доказательства новых теорем об асимптотической устойчивости решения дифференциального уравнения с разрывной правой частью. Новизна теорем основана на построении предельных включений и использовании знакопостоянных функций Ляпунова. В качестве примера, решена задача о стабилизации установившегося движения пятизвенового робота-манипулятора с помощью релейного управления.

Литература

1. Aizerman M. A., Pyatnitskii E. S. Foundations of a theory of discontinuous systems. I // Automat. Remote Control. 1974. Vol. 35, No. 7, part 1, pp. 1066-1079.
2. Davy J. L. Properties of solution set of a generalized differential equation // Bull. Austral. Math. Soc. 1972. Vol. 6. pp. 379-398.
3. Filippov A. F. Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Side. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer, 1988.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 19-01-00791 а, 18-41-730022 р а).

4. Iannelli L., Johansson K. H., Jonsson U. T., Vasca F. Averaging of Nonsmooth Systems Using Dither // *Automatica*. 2006. Vol. 42, No. 4. pp. 669-676.
5. Utkin V. I. *Sliding Modes in Control Optimization*. Berlin: Springer-Verlag, 1992.
6. Aubin J. P., Cellina A. *Differential Inclusions*. Springer, 1984.
7. Kamalapurkar R., Dixon W. E., Teel A. R. On reduction of differential inclusions and Lyapunov stability // 2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC), Melbourne, VIC. 2017. pp. 5499-5504.
8. Roxin E. Stability in general control systems // *Journal of Differ. Equat.* 1965. Vol. 1, No. 2. pp. 115-150.
9. Ryan E. An integral invariance principle for differential inclusions with applications in adaptive control // *SIAM J. Control Optim.* 1998. Vol. 36. No. 3. pp. 960-980.
10. Alimov Yu. I. On the application of Lyapunov's direct method to differential equations with ambiguous right sides // *Autom. Remote Control*. 1961. Vol. 22. No. 7. pp. 713-725.
11. Андреев А. С., Дмитриева О. Г., Петровичева Ю. В. Об устойчивости нулевого решения системы с разрывной правой частью // *Научно-технический вестник Поволжья*. 2011. № 1. С. 15-20.
12. Андреев А. С., Перегудова О. А. Вектор-функции Ляпунова в задачах о стабилизации движений управляемых систем // *Журнал Средневолжского математического общества*. 2014. Т. 16, № 1. С. 32-44.
13. Finogenko I. A. Limit differential inclusions and the invariance principle for nonautonomous systems // *Sib. Math. J.* 2014. Vol. 55. pp. 372-386.
14. Finogenko I. A. Method of limit differential equations for nonautonomous discontinuous systems // *Dokl. Math.* 2016. Vol. 93. pp. 9-12.
15. Андреев А. С. Об асимптотической устойчивости и неустойчивости нулевого решения неавтономной системы // *Прикладная математика и механика*. 1984. Т. 48, Вып. 2. С. 225-232.
16. Andreev A. S., Peregudova O. A. On the method of comparison in asymptotic-stability problems // *Doklady Physics*. 2005. Vol. 50, No. 2. pp. 91-94.
17. Andreyev A. S., Peregudova O. A. The comparison method in asymptotic stability problems // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2006. Vol. 70, No. 6. pp. 865-875.
18. Andreev A. S., Peregudova O. A. Stabilization of the preset motions of a holonomic mechanical system without velocity measurement // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2017. Vol. 81, No. 2. pp. 95-105.
19. Андреев А. С., Перегудова О. А. О стабилизации программных движений голономной механической системы // *Автоматика и телемеханика*. 2016. № 3. С. 66-80.
20. Andreev A. S., Peregudova O. A. On global trajectory tracking control of robot manipulators in cylindrical phase space // *International Journal of Control*. 2020. Vol. 93, No. 12. pp. 3003-3015.

21. Andreev A., Peregodova O. Relay Controllers in the Motion Stabilization Problems of Mechanical Systems with Cyclic Coordinates," 2020 24th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC). 2020. pp. 433-438, doi: 10.1109/ICSTCC50638.2020.9259654.
22. Artstein Z. Topological dynamics of ordinary differential equations // J. Differ. Equations. 1977. Vol. 23, No. 2. pp. 216-223.
23. Wakeman D. An application of topological dynamics to obtain a new invariance property for nonautonomous ordinary differential equations // J. Differential Eqns. 1975. Vol. 17. pp. 259-295.
24. Sell G. Topological Dynamics and Ordinary Differential Equations, New York: Van Nostrand Reinhold, 1971.
25. Rouche N., Habets P., Laloy M. Stability Theory by Liapunov's Direct Method. New York: Springer, 1977.
26. Карапетян А. В. Устойчивость стационарных движений, М.: УРСС, 1998.
27. Routh E. J. The advanced part of a treatise on the dynamics of a system of rigid bodies. London: MacMillan and Co., 1884.
28. Andreev A., Peregodova O. On the Steady State Motions Control Problem for Mechanical Systems with Relay Controllers // Syst. Theor. Control Comput. J. 2021. Vol. 1, No. 1. pp. 48-55.

MSC2020 34D20

On the quasi-invariance principle for non-autonomous equations

Andreev A.S.¹, Peregodova O.A.¹
Ulyanovsk State University¹