

УДК 519.63

Исследование динамики эллипсоида вращения в однородном потоке вязкой жидкости в пакете Fluent

Сыромясов А. О., Гришаева О. В.

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет

В рамках работы проводится исследование обтекания неподвижного твердого эллипсоида вращения однородным потоком несжимаемой вязкой жидкостью. В зависимости от ориентации эллипсоида относительно потока вычисляется сила сопротивления, действующая на твердое тело, и подъемная сила. Вычисления проводятся в системе ANSYS Fluent.

Перед тем, как решать данную задачу, нужно разобрать более простую проблему обтекания неподвижного шара однородным потоком безграничной вязкой жидкости. Эта проблема включает в себя определение силы сопротивления, действующей на шар, и расчетной области, в которой решение, предоставляемое программой ANSYS, дает небольшую относительную погрешность по сравнению с формулой Стокса.

Жидкость будем считать несжимаемой, а течение – медленным, так что число Рейнольдса мало:

$$\text{Re} = \frac{\rho U l}{\eta} \ll 1. \quad (1)$$

Здесь U – характерная скорость течения, l – характерный размер обтекаемого тела, ρ и η – плотность и вязкость жидкости. Здесь и далее под U будем понимать неискаженную скорость потока, набегающего на тело.

Предположение (1) дает возможность использовать приближение Стокса для моделирования течения и, в конечном итоге, найти силу сопротивления, действующую на шар со стороны жидкости [1]:

$$F = 6\pi R\eta U. \quad (2)$$

В этой формуле R – радиус шара; соответственно, в (1) считается $l = R$.

Известно также уточнение формулы Стокса (2), справедливое при малых, но конечных числах Рейнольдса:

$$F_{prec} = 6\pi R\eta U \left(1 + \frac{3}{8}\text{Re} - \frac{9}{40}\text{Re}^2 \ln\left(\frac{1}{\text{Re}}\right) \right). \quad (3)$$

Рассмотрев аналитическое решение задачи, перейдем к численному моделированию с помощью системы ANSYS Fluent. В связи с тем, что решатель этого пакета основан на методе конечных объемов, полностью избавиться от инерционных эффектов при моделировании течения затруднительно. Однако, подобрав соответствующие параметры жидкости, можно сделать инерционные эффекты малыми по сравнению с вязкими. Для этого опишем жидкость с плотностью $\rho = 0.1 \text{ кг/м}^3$ и вязкостью $\eta = 10 \text{ кг/м}\cdot\text{с}$. Кроме того, будем считать, что $R = 1 \text{ м}$, а U принимает значения 0.01, 0.1 и 0.8 м/с. Тогда из (1) следует, что $\text{Re} \leq 0.08$, а значит, для расчета силы, действующей на шар, можно использовать формулы (2) и (3).

Разрабатывая модель течения во Fluent, нужно помнить, что приближение Стокса, из которого выводится (2), неприменимо на больших расстояниях от обтекаемого тела. Размеры r_0 области, для которых указанное приближение корректно, должны удовлетворять следующему условию [1]:

$$r_0 \ll \frac{\nu}{U}, \quad (4)$$

где $\nu = \eta/\rho$ — кинематическая вязкость жидкости.

Проведя расчеты, мы видим, что $r_0 = 10$ м удовлетворяет условию (4).

Создадим расчетную область в виде цилиндра радиуса r_0 и высоты $2r_0$; обтекаемое тело расположим в его центре. Тогда, с одной стороны, приближение Стокса внутри цилиндра будет все еще справедливым; с другой стороны, границы цилиндра не будут оказывать существенного влияния на течение вблизи частицы, поскольку $R \ll r_0$.

После построения геометрии следует указать граничные условия [2]. Для этого поверхность полученного тела разбивается на несколько областей: образующие цилиндра, частица, входное и выходное отверстие. Частица считается неподвижной (тип граничного условия – неподвижная стенка или “Stationary Wall” в терминологии ANSYS Fluent). Основания цилиндра считаются источником и стоком скорости, соответственно (“Velocity Inlet” и “Velocity Outlet”); скорость течения U направлена по нормали к этим поверхностям.

Наибольший интерес представляет условие для стенок сосуда: нам удалось установить, что для описания однородного потока следует выбрать тип условия “Moving Wall” (подвижная стенка) и указать скорость движения вдоль по образующим цилиндра, равную U . Если же считать боковые стенки трубы неподвижными, то вместо однородного потока будет смоделирован параболический поток, аналогичный решению задачи Пуазейля [1].

Сравним действующую на частицу силу сопротивления, найденную аналитически по формулам (2) (3), и рассчитанную численно (назовем ее F_{ANSYS}). Результаты сравнения занесем в табл. 1.

Таблица 1. Сравнение результатов, полученных численно и аналитически.

Re	U , м/с	F , Н	F_{prec} , Н	F_{ANSYS} , Н	δ_1	δ_2
0.0001	0.01	1.8849	1.885	1.885	0.005%	0%
0.01	0.1	18.849	18.856	18.854	0.03%	0.01%
0.008	0.8	150.796	151.238	151.183	0.2%	0.03%

Здесь $\delta_1 = |F - F_{ANSYS}|/F_{ANSYS} \cdot 100\%$ и $\delta_2 = |F_{prec} - F_{ANSYS}|/F_{ANSYS} \cdot 100\%$ суть относительные погрешности F_{ANSYS} по сравнению с F и F_{prec} , соответственно.

Как видно, δ_1 и δ_2 очень малы. Отсюда можно сделать вывод, что ANSYS Fluent позволяет моделировать и безынерционные течения с достаточно хорошей точностью, если правильно подобрать размер расчетной области. Как и следовало ожидать, $\delta_2 < \delta_1$, т.е. поток сильно вязкой жидкости, в котором присутствуют инерционные эффекты, моделируется во Fluent более точно.

Как было ранее сказано, задача об обтекании шара является вспомогательной: она позволяет оценить значение r_0 . Пользуясь полученным результатом, перейдем к решению задачи об эллипсоиде.

Будем рассматривать вытянутый и сплюснутый эллипсоиды вращения. Полуоси первого из них равны 1 м, 1 м и 0.5 м, а полуоси второго – 0.5 м, 0.5 м и 1 м. В каждом из случаев будем считать, что расчетная область имеет прежний размер, а центр эллипсоида совпадает с центром области. Рассмотрим несколько вариантов угла наклона каждого из тел вращения по отношению к оси трубы: 0° , 30° , 45° , 60° и 90° . Плотность и вязкость жидкости сохраняются такими же, что и в предыдущей задаче, а скорость течения U считается равной 0.1 м/с.

Пользуясь данными, полученными при расчетах во Fluent, построим графики зависимости силы сопротивления от площади проекции частицы на плоскость, перпендикулярную

потоку. Напомним, что сила сопротивления – это компонента силы, действующей на инородное тело со стороны потока, которая направлена вдоль этого потока.

Рис. 1 отображает искомую зависимость для вытянутого эллипсоида. Зависимость для сплюснутого эллипсоида аналогична.

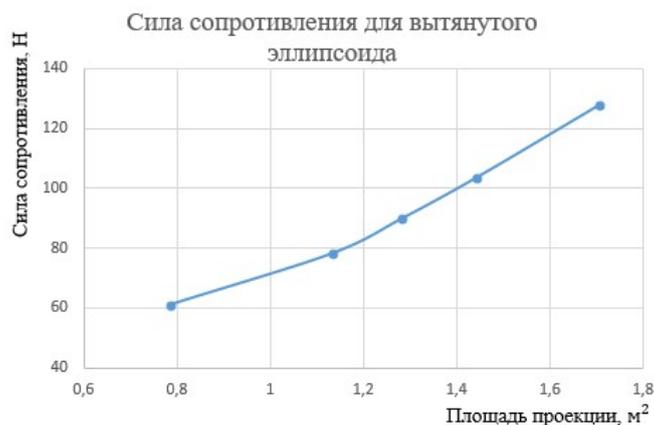


Рис. 1. Сила сопротивления для вытянутого эллипсоида.

В обоих случаях мы можем наблюдать, что чем больше упомянутая площадь (которая, в свою очередь, монотонно зависит от угла наклона оси эллипсоида), тем больше сила сопротивления. Этот результат логичен: чем в большей степени тело развернуто поперек потока, тем больше оно искажает течение и тем большее сопротивление испытывает.

Далее изобразим график зависимости действующей на эллипсоиды подъемной силы от угла наклона оси к направлению течения. Как известно [3], подъемная сила перпендикулярна направлению потока и образуется из-за того, что поток, обтекающий тело, перестает быть симметричным. На рис. 2 представлен результат для вытянутого эллипсоида.

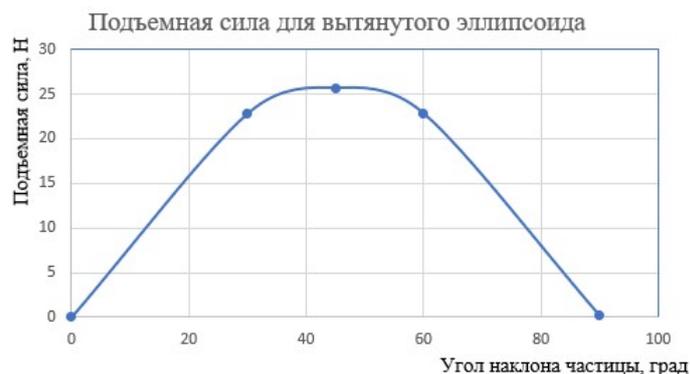


Рис. 2. Подъемная сила для вытянутого эллипсоида.

Сплюснутый эллипсоид демонстрирует схожее поведение подъемной силы: максимум при угле наклона, равном 45° , и убывание до 0 при углах 0° и 90° . Такое поведение объяснимо тем, что именно при 45° асимметрия потока наиболее выражена. Напротив, при углах 0° и 90° поток, обтекающий частицу, симметричен, поскольку ось трубы (вдоль которой и происходит течение) в указанных случаях совпадает с одной из осей симметрии эллипсоида.

В будущем моделирование можно проводить при более высоком разрешении сетки, что

поможет увеличить точность вычислений. Кроме того, необходимо будет рассмотреть более широкий набор вариантов расположения частиц относительно оси трубы.

Литература

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М. : Наука, 1986. 736 с.
2. Денисов М. А. Компьютерное проектирование. ANSYS. Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. 80 с.
3. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. 7-е изд., испр. М. : Дрофа, 2003. 840 с.

MSC2020 76D07, 76M12

Modeling of dynamics of ellipsoid of revolution in a uniform viscous flow using ANSYS Fluent

A. O. Syromyasov, O. V. Grishaeva
National Research Mordovia State University