

УДК 004.023

Применение эволюционно-генетического алгоритма к задаче одномерного раскроя

Старостин Н. В., Быкова М. А., Скулкина Н. С.

ННГУ им. Н. И. Лобачевского

В работе рассматривается проблема планирования независимых процессов. Планирование независимых процессов заключается в сбалансированном распределении задач по вычислителям. Предполагается, что все задачи заданы изначально и изменению не подлежат. Требуется распределить данные задачи по вычислителям с целью минимизировать количество задействованных вычислителей, чтобы уменьшить стоимость пользования вычислителями. Задачу планирования и запуска независимых параллельных процессов можно записать в терминах классической задачи одномерного раскроя. Тогда, вычислители — это прутья, производительность процессора — это длина прута, задачи — это заготовки, а сложность задачи — длина заготовки. Тогда требуется распределить данные заготовки по прутьям с целью минимизировать количество задействованных прутьев.

1. Математическая постановка задачи

1.1. Исходные параметры

- L — длина прутьев, $L \in N$;
- n — количество заготовок, $n \in N$;
- l_i — длина заготовки под номером i , $l_i \leq L, l_i \in N, i = \overline{1, n}$

1.2. Варьируемые параметры

- y — количество использованных прутьев, $y \in N$;
- x_i — номер прута, из которого будет изготовлена i -тая заготовка, $i = \overline{1, n}$.

1.3. Ограничения математической модели

- y — количество использованных прутьев, $y \in N$;
- x_i — номер прута, из которого будет изготовлена i -тая заготовка, $i = \overline{1, n}$.

1.4. Ограничения математической модели

- $x_i \in \{1, 2, \dots, y\}, i = \overline{1, n}$;
- $\sum_{i: x_i=j} l_i \leq L, j = \overline{1, y}$.

1.5. Критерий оптимальности

$$y \rightarrow \min$$

Задача одномерного раскроя относится к классу NP-трудных задач [1], т.к. к ней сводится за полиномиальное время NP-полная задача о разбиении.

2. Эволюционно-генетический алгоритм

В ходе работы был реализован эволюционно-генетический алгоритм.

Способ кодирования: $Y = (y_1 y_2, \dots, y_n)$, где Y - перестановка из номеров заготовок, объединённая в порядке вырезания их из прутьев, где сначала вырезаются все заготовки из одного прута.

В работе изучены и реализованы методы формирования начальной популяции: случайный метод и жадный алгоритм; случайный метод выбора родительской пары, положительное ассоциативное скрещивание и отрицательное ассоциативное скрещивание; порядковый оператор кроссовера; точечный оператор мутации; стратегия перекрывающихся поколений и элитарная стратегия; операторы селекции: бета-турнир и рулетка. ЭГА прекращает работу, если средняя приспособленность не меняется 4 поколения подряд.

Общая сложность эволюционно-генетического алгоритма со случайным формированием начальной популяции: $(n2 * m) + (m2)$. Общая сложность алгоритма с формированием начальной популяции жадным алгоритмом: $(n3 * m) + (m2)$. Варьирование других параметров эволюционно-генетического алгоритма не влияет на его сложность.

3. Программная система

Была реализована система, позволяющая задавать исходные данные задачи; настраивать параметры генетического алгоритма; получать точное решение с помощью полного перебора для задач размерности $n < 10$; решать задачи большой размерности с помощью ЭГА.

4. Вычислительные эксперименты

Было реализовано два вычислительных эксперимента. В начале сравнивалась работа ЭГА с различными параметрами. Предполагалось, что параметры друг на друга не влияют. Фиксировались параметры ЭГА:

- способ генерации начального поколения – случайный,
- выбор родительской пары – случайный,
- селекция с помощью бета-турнира.

Варьировался только один параметр. Результаты эксперимента приведены в таблице 1. Из таблицы 1 видно, что средние результаты ЭГА с генерированием начальной популяции с помощью жадного алгоритма значительно лучше, чем со случайной генерацией. ЭГА с различным выбором родительской пары и селекцией не сильно отличаются по результатам.

Для дальнейшей работы применялся ЭГА со следующими параметрами:

- генерирование начальной популяции с помощью жадного алгоритма,
- случайный выбор родительской пары,
- селекция бета-турниром.

Таблица 1. Результаты первого эксперимента

Номер эксперимента	Размер задачи (кол-во заготовок)	Оптимум полным перебором	Время работы полного перебора (мин)	Рекорд из 10 запусков ЭГА (среднее значение результатов по запускам)		
				Генерация начального поколения		
				Случайная	Жадным алгоритмом	
1	n=9	5	02:07	5 (5,2)	5 (5)	
2	n=9	4	02:06	4 (4,3)	4 (4)	
3	n=15	-	>1ч	8 (8,8)	8 (8)	
4	n=15	-	>1ч	7 (7,9)	7 (7)	
				Выбор родительской пары		
				Случайный	Положительное ассоциативное скрещивание	Отрицательное ассоциативное скрещивание
1	n=9	5	02:07	5 (5,2)	5 (5,1)	5 (5,2)
2	n=9	4	02:06	4 (4,3)	4 (4,3)	4 (4,4)
3	n=15	-	>1ч	8 (8,8)	9 (9)	8 (8,9)
4	n=15	-	>1ч	7 (7,9)	8 (8)	8 (8)
				Селекция		
				Бета-турнир	Рулетка	
1	n=9	5	02:07	5 (5,2)	5 (5,1)	
2	n=9	4	02:06	4 (4,3)	4 (4,5)	
3	n=15	-	>1ч	8 (8,8)	8 (8,9)	
4	n=15	-	>1ч	7 (7,9)	8 (8)	

Во втором вычислительном эксперименте сравнивалось время работы ЭГА с задачами различной размерности. Каждый эксперимент запускался 10 раз. Учитывалось среднее количество поколений среди всех запусков, приспособленность лучшей особи среди всех запусков и средняя приспособленность лучших особей. Результаты экспериментов показывают, что время работы ЭГА крайне мало, если сравнивать его со временем работы полного перебора даже для задач малой размерности. Также, время работы ЭГА возрастает с увеличением размерности задачи. Исходя из средних значений приспособленности среди всех запусков можно сказать, что ЭГА всегда находит один и тот же или близкий результат.

Литература

1. Кнут Д. Э. Искусство программирования. 2004.
2. Канторович Л. В. Математические методы организации и планирования производства 1939.
3. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи М.: Мир, 1982.
4. Gilmore P. C., Gomory R. E. A linear programming approach to the cutting-stock problem (Part I). Oper. Res. 9. 1961. pp. 849-859.
5. Gilmore P. C., Gomory R. E. A linear programming approach to the cutting-stock problem (Part II). Operations Research 11. 1963. pp. 863-887.
6. Афраимович Л. Г. Учебно-методическая разработка «Информационные технологии в области принятия решений. Часть 1». – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет. 2016.
7. Валеева А. Ф. Конструктивные методы решения задач ортогональной упаковки и раскроя. Уфа. 2006.
8. Батищев Д. И., Неймарк Е.А., Старостин Н.В. Применение генетических алгоритмов к решению задач дискретной оптимизации. 2007.

MSC2020 68W50

Application of the evolutionary genetic algorithm to the one-dimensional cutting-stock problem

N. V. Starostin, M. A. Bykova, N. S. Skulkina
Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod