

УДК 536.24

Управление процессом охлаждения изделий сложной формы с учётом ограничений на термические напряжения

Морозкин Н. Д.¹, Ткачев В. И.¹, Морозкин Н. Н.¹
Башкирский государственный университет¹

Аннотация: В работе рассматривается задача управления температурой печи при охлаждении изделий сложной формы с учетом ограничений на термоупругие напряжения. Предлагается алгоритм расчета температурного режима, который позволяет избежать разрушения изделий при их охлаждении. Представлен результат численного эксперимента, проведенного на примере охлаждения керамического изолятора. Определен режим, при котором охлаждение изолятора осуществляется за время, близкое к оптимальному, без превышения допустимых значений термических напряжений.

Ключевые слова: температурное поле, термические напряжения, теплообмен, метод конечных элементов.

При охлаждении керамических изделий после термообработки возникает опасность их сильной деформации или даже разрушения. В связи с этим процесс охлаждения занимает весьма продолжительное время. На производстве длительность охлаждения изделий чаще оценивается эмпирическими формулами, основанными на примерной оценке температурных градиентов в изделии. Вычисление термических напряжений при охлаждении изделий даёт возможность задавать управление температурой печи с учётом ограничений на термонапряжения, что, в свою очередь, можно использовать для получения температурного режима охлаждения, близкого к оптимальному.

1. Постановка задачи

Температурное поле в области Ω описывается уравнением теплопроводности

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right),$$

где $T(x, y, t)$ – температурное поле, $(x, y) \in \Omega$, $t \in [0, \bar{T}]$, ρ , c , λ – плотность, теплоемкость и коэффициент теплопроводности материала изделия соответственно. Занимаемая изделием область $\Omega \subset R^2$ с границей $\Gamma_1, \Gamma_2 \subseteq \partial\Omega$ представлена на рис. 1. Пунктирной линией на рисунке показана граница Γ_1 , сплошной линией граница Γ_2 .

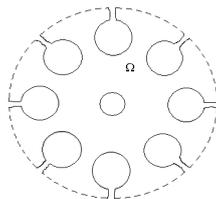


Рис. 1. Сечение керамического изолятора.

Начальные условия записываются в виде

$$T(x, y)|_{t=0} = T_0,$$

граничные условия

$$\left. \frac{\partial T(x, y)}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma_1} = \alpha(T_f - T),$$

$$\left. \frac{\partial T(x, y)}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma_2} = 0,$$

где \mathbf{n} – вектор внешней нормали к поверхности изделия, α – коэффициент теплообмена, $T_f = T_f(t)$ – температура печи.

Компоненты σ_{ij} тензора напряжений находятся из уравнения равновесия

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = 0, \end{cases}$$

с граничными условиями

$$\begin{cases} \sigma_{xx}n_x + \sigma_{xy}n_y = 0, \\ \sigma_{xy}n_x + \sigma_{yy}n_y = 0. \end{cases}$$

Закон Гука, используемый для вычисления термических напряжений в рассматриваемом случае, имеет вид

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \lambda e + 2\mu\varepsilon_{xx} - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T \Delta T, \\ \sigma_{yy} = \lambda e + 2\mu\varepsilon_{yy} - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T \Delta T, \\ \sigma_{xy} = 2\mu\varepsilon_{xy}. \end{cases}$$

$e = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}$, $\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$, $\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}$, ε_{ij} – компоненты тензора деформаций, λ , μ – постоянные Ламе, E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона, α_T – коэффициент линейного расширения.

В высокотемпературных печах следует учитывать передачу тепла и излучением и конвекцией. С этой целью вводится суммарный коэффициент теплопередачи

$$\alpha = \alpha_{\text{rad}} + \alpha_{\text{conv}}.$$

Здесь α_{rad} – коэффициент теплопередачи излучением, α_{conv} – коэффициент теплопередачи конвекцией.

В электрических печах для вычисления коэффициента теплопередачи излучением обычно используется формула

$$\alpha_{\text{rad}} = C_r \cdot \frac{\left(\frac{T_{pr}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_w}{100}\right)^4}{T_{pr} - T_w},$$

где C_r – приведённый коэффициент излучения, который вычисляется следующим образом

$$C_r = \frac{C_0}{\frac{1}{\varepsilon_{pr}} + \left(\frac{1}{\varepsilon_w} - 1\right) \frac{F_{pr}}{F_w}}.$$

Здесь C_0 – коэффициент излучения абсолютно чёрного тела ε_{pr} ; ε_w – интегральная степень черноты изделия и стенки печи соответственно; F_{pr} – общая площадь поверхности изделия;

F_w – площадь внутренней поверхности печи; T_{pr} – температура изделия; T_w – температура стенки печи [1]. Конвективная составляющая теплообмена определяется оценками для свободной конвекции в ограниченном пространстве [2,3]

$$\alpha_{conv} = \frac{\varepsilon_{conv} \cdot \lambda_{env}}{l},$$

где ε_{conv} – коэффициент конвекции, λ_{env} – теплопроводность среды, l – расстояние между поверхностями. Коэффициент конвекции для случая $Gr \cdot Pr > 1000$ определяется выражением $\varepsilon_{conv} = 0,18(Gr \cdot Pr)^{0,25}$ для случая $Gr \cdot Pr < 1000$, $\varepsilon_{conv} = 1$, т. е. конвекция отсутствует. Здесь Pr – число Прандтля, определяемое эмпирически для соответствующей среды.

Интенсивность конвективного теплообмена характеризуется числом Грасгофа

$$Gr = \frac{(T_{pr} - T_w)gl^3}{T_{air} \cdot \nu_{air}^2},$$

где g – ускорение свободного падения, T_{air} – температура среды, ν_{air} – кинематическая вязкость среды.

Рассмотрим задачу определения эффективного режима изменения температуры печи $T_f(t)$, при котором охлаждаемое изделие достигнет заданной температуры за время, близкое к минимальному, и не разрушится от возникающих термических напряжений.

2. Алгоритм управления охлаждением печи

1. Задаём начальное распределение температуры изделия T_0 , конечную температуру изделия T_s , начальную температуру печи T_f^0 , минимальную температуру печи T_f^{min} , скорость нагрева V_h и охлаждения V_c печи.

2. Снижаем температуру печи T_f с заданной скоростью охлаждения V_c .

3. Вычисляем распределение температуры в изделии для времени $t = t + \Delta t$.

4. Если максимальная температура изделия $T_{max} \leq T_s$, то переходим к пункту 9.

5. Для полученного распределения температуры вычисляем максимальные термические напряжения σ_{max} .

6. Если $\sigma_{max} < \sigma_{per}$, то переходим к пункту 7; иначе к пункту 8 (σ_{per} – предельное допустимое напряжение).

7. Если $T_f > T_f^{min}$ снижаем температуру печи с заданной скоростью охлаждения V_c , иначе поддерживаем температуру печи $T_f = T_f^{min}$ и переходим к пункту 3.

8. Повышаем температуру печи с заданной скоростью V_h и переходим к пункту 3.

9. Вывод результатов.

3. Результаты вычислительного эксперимента и их анализ

В соответствии с приведённым выше алгоритмом, проведен вычислительный эксперимент.

Теплофизические характеристики материала считаются постоянными: $E = 1,46 \cdot 10^{11}$ Па; $\mu = 0,22$; $\rho = 3800$; $c = 1046$; $\alpha_T = 1,63 \cdot 10^{-5}$ 1/К. Пределы прочности на растяжение и на сжатие равны $\sigma_{tens} = 5,12 \cdot 10^7$ Па; $\sigma_{comp} = 5,00 \cdot 10^8$ Па соответственно.

При вычислении коэффициента конвективного теплообмена использованы следующие теплофизические свойства воздуха: $\lambda_{air} = 0,026$; $\nu_{air} = 1063$; $Pr_{air} = 0,7$.

Максимальная скорость охлаждения печи $V_c = 60$ °С/мин, максимальная скорость нагрева печи $V_h = 60$ °С/мин. Расчёт температурного режима охлаждения изделия производится от начальной температуры $T_0 = 1500$ °С до заданной температуры $T_s = 50$ °С.

В расчётах для аппроксимации решения уравнений использовалась двумерная конечно-элементная модель (рис. 2). Построенная модель состоит из 1254 узлов и 2006 треугольных элементов и повторяет форму поперечного сечения керамического изолятора.

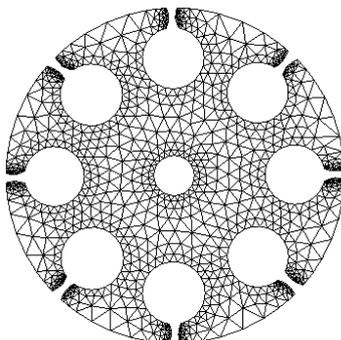


Рис. 2. Конечно-элементная модель поперечного сечения изолятора.

При решении поставленной задачи для вычисления термоупругих напряжений применяется метод конечных элементов в сочетании с принципом виртуальных (возможных) перемещений. Поскольку по физическим свойствам керамика представляет собой хрупкий материал, то прочностной анализ проводится с помощью первой теории прочности.

На рис. 3-5 показаны результаты расчетов, на рис. 3 – растягивающие напряжения, на рис. 4 – сжимающие напряжения. Пунктиром на этих рисунках обозначены пределы прочности на растяжение и сжатие соответственно.

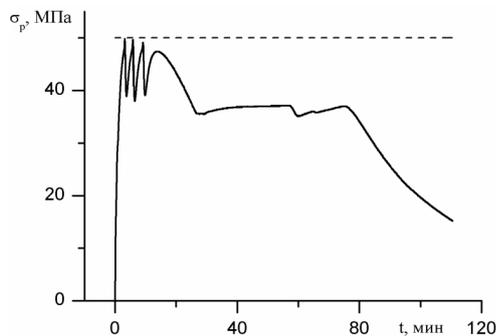


Рис. 3. Динамика максимальных растягивающих напряжений.

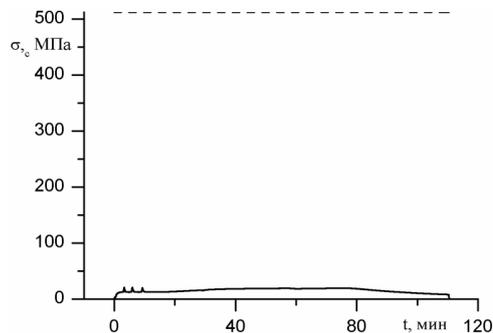


Рис. 4. Динамика максимальных сжимающих напряжений.

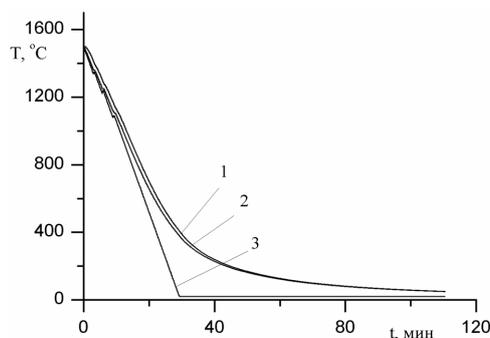


Рис. 5. Максимальная температура изделия (1), минимальная температура изделия (2), управляемая температура печи (3).

Сопоставление рис. 3-5 показывает, что на начальном этапе изменение температуры печи ограничивается максимальными растягивающими напряжениями. Это связано с тем, что в самом начале процесса охлаждения происходит очень интенсивный теплообмен с поверхностью изделия. Далее растягивающие термические напряжения снижаются в связи с тем, что уменьшаются температурные градиенты, т. е. температура изделия начинает выравниваться.

4. Заключение

Исследована динамика температурных полей и термоупругих напряжений в керамическом изоляторе при его охлаждении в печи. Установлено, что к разрушению изделия могут привести растягивающие термонапряжения. Получен температурный режим охлаждения изолятора с температуры 1500 °С до температуры 50 °С, позволяющий избежать разрушения изделия. По приведённым выше результатам установлено, что охлаждение изолятора при заданных условиях и свойствах материала длится менее 110 мин.

Разработан алгоритм решения двумерной осесимметричной задачи параметрического управления процессом охлаждения для изделий сложной геометрической формы с учётом ограничений на термические напряжения. В алгоритме используется метод конечных элементов, который позволяет учесть сложные условия теплообмена на поверхности изделий, учитывать сложную геометрию изделия при вычислении температурных полей и термических напряжений. Практическое значение полученных результатов заключается в том, что они могут позволить существенно сократить энергозатраты и длительность этапа термообработки в целом.

Литература

1. Мاستрюков Б.С. Теплотехнические расчёты промышленных печей. М.: Металлургия, 1972. 368 с.
2. Морозкин Н.Д., Ткачёв В.И. Управление процессом охлаждения керамических изделий с учетом ограничений на термические напряжения // Теплофизика и аэромеханика. 2016. Т. 23, № 3. С. 477-482.
3. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. 416 с.

MSC2010 35Q79, 74A15, 80A10

The control of complex shape products cooling process taking into account the constrains on thermal stresses

N.D. Morozkin¹, V.I. Tkachev¹, N.N. Morozkin¹

Bashkir State University¹

Abstract: The problem of controlling the temperature of the furnace in the process of cooling complex shape products, taking into account the limitations on thermal stresses is considered in the paper. An algorithm for calculating the temperature regime, which allows to avoid the destruction of products during their cooling is proposed. The result of a computational experiment conducted on the example of cooling a ceramic insulator is presented. The temperature regime is determined in

which the cooling of the insulator takes place in a time close to the optimal one without exceeding the permissible values of thermal stresses.

Keywords: temperature field, thermal stresses, heat transfer, finite element method.

References

1. Mastryukov B.S. Thermal calculations of industrial furnaces. M: Metallurgy, 1972. 368 p.
2. Morozkin N. D., Tkachev V.I. Control of the cooling process of ceramic products taking into account the constrains on thermal stresses. Thermal Physics and Aeromechanics. 2016. Vol. 23, No. 3. P. 477-482.
3. Kutateladze S.S. Fundamentals of the theory of heat transfer. M.: Atomizdat, 1979. 416 p.