

УДК 517.9

Косые произведения над квазипериодическими потоками на торе

Сахаров А.Н.¹

Нижегородская государственная сельскохозяйственная академия¹

Доклад посвящен вопросам топологической классификации потоков на трехмерном торе, порождаемых системами вида

$$\dot{\varphi} = \omega, \quad \dot{\theta} = a(\varphi, \theta), \quad (1)$$

где $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2)$ – двумерный вектор угловых координат на торе \mathbb{T}^2 , θ – угловая координата на окружности S^1 , вектор $\omega = (\omega_1, \omega_2)$ имеет рационально независимые компоненты, функция $a(\varphi, \theta)$ непрерывная и периодическая с периодом 2π по всем переменным. Ясно, что (1) задает поток на расслоении $\mathbb{T}^2 \times S^1$ с линейным потоком на базе \mathbb{T}^2 . Поднятие этого потока на универсальное накрытие тора \mathbb{T}^3 представимо в виде

$$\varphi(t, \varphi_0) = \varphi_0 + \omega t, \quad \theta(t, \varphi_0, \theta_0) = \theta_0 + r(t, \varphi_0, \theta_0),$$

где $r(t, \varphi, \theta)$ – периодическая функция по переменным φ и θ .

Топологическая классификация строится относительно отношения послойной топологической эквивалентности и основывается на следующих свойствах таких потоков:

1. Поток имеет *вектор вращения* $\rho = (\omega_1, \omega_2, \varrho)$, где число $\varphi = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{r(t, \varphi_0, \theta_0)}{t}$ не зависит от начальных данных (φ_0, θ_0) [1].
2. Имеет место альтернатива: либо существует постоянная $c > 0$ такая, что $D(t) = |\tilde{f}^t(\varphi_0, \theta_0) - \theta_0 - t\varrho| \leq c$ (*регулярный* поток), либо существует последовательность $\{t_n\}$ такая, что $\lim_{n \rightarrow \infty} D(t_n) = \infty$ (*нерегулярный* поток).

Регулярность потока – это частный случай условий справедливости теоремы Готшпалка-Хедлунда о существовании непрерывных решений аддитивных кохомологических уравнений [2].

Литература

1. Веремеиук В.В. Формула для числа вращения уравнения первого порядка с квазипериодической по времени правой части // Дифференц. уравнения. 1995. Т. 31, № 1. С. 158–159.
2. Gottschalk W., Hedlund G. Topological dynamics // Providence. Amer. Math. Soc. 1955. P. 151.

MSC2010 37C55

Skew products over quasiperiodic torus flows

A.N. Sakharov¹

Nizhny Novgorod State Agricultural Academy¹