

УДК 531.36

О стабилизации положения управляемых механических систем дискретными регуляторами *

О.А. Перегудова ¹

Ульяновский государственный университет¹

В докладе рассматривается голономная механическая система с n обобщенными координатами q_1, q_2, \dots, q_n , описываемая уравнениями Лагранжа вида

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q_1(\dot{q}) + Q_2(q) + U \quad (1)$$

где $T = (1/2)\dot{q}'A(q)\dot{q}$ – кинетическая энергия, $Q = Q_1 + Q_2$ – действующая обобщенная сила, $Q_1(0) = 0$, U – управление.

Исследуется задача о стабилизации программного положения системы, за которое, без ограничения общности, можно принять положение $q = \dot{q} = 0$, при дискретном измерении обобщенных скоростей и координат.

Показано, что при общих предположениях относительно неуправляемых сил задача решается ступенчатым импульсным управлением вида

$$U = -Q(q(0)) - K_1(n\Delta t)\dot{q}(n\Delta t) - K_2(n\Delta t)q(n\Delta t) - \sum_{l=0}^{n-1} K_3((n-l)\Delta t)\dot{q}(l\Delta t) - \sum_{l=0}^{n-1} K_4((n-l)\Delta t)q(l\Delta t), \quad \sum_{l=0}^{\infty} K_3((n-l)\Delta t) < +\infty \quad (2)$$

где Δt – шаг дискретизации, матрицы управления $K_s \in R^{n \times n}$, $s = 3, 4$ удовлетворяют ограничению

$$\sum_{l=0}^{\infty} \|K_s((n-l)\Delta t)\| < +\infty, \quad s = 3, 4$$

Форма управления (2) включает в себя различные типы дискретных регуляторов. Дискретный ПИ-регулятор ($K_1 = K_3 = 0$) также возможен, но в предположении действия линейных диссипативных сил, т.е.

$$\dot{q}'Q(\dot{q}) \leq -\mu_0\|\dot{q}\|^2, \quad \mu_0 = const > 0$$

Условия применимости регуляторов (2) находятся на основе двух различных подходов:

- дискретизация уравнений движения управляемой системы и применение результатов работы [1];

- приведение к интегро-дифференциальным уравнениям типа Вольтерра и применение результатов работ [2] – [5].

Условия применимости представляют собой методику подбора матриц Q_s , $s = 1, 2$ в зависимости: от массо-инерционных параметров, от структуры действующих сил.

Литература

1. Кудашова Е. А., Перегудова О. А. Метод векторных функций Ляпунова в задаче об асимптотической устойчивости разностных систем. Научно-технический вестник Поволжья. № 1. 2015. Казань: Научно-технический вестник Поволжья, 2015. С. 118-121.

*Работа выполнена в рамках государственного задания по НИР № 9.5994.2017/БЧ Минобрнауки России.

2. Andreev A., Peregudova O. Non-linear PI regulators in control problems for holonomic mechanical systems // Systems Science and Control Engineering. 2018. Vol. 6. No 1. pp. 12-19.
3. Андреев А.С., Перегудова О.А., Раков С.Ю. Уравнения Вольтерра в моделировании нелинейного интегрального регулятора // Журнал Средневолжского математического общества. 2016. Т. 18, № 3. С. 8–18.
4. Макаров Д.С., Перегудова О.А. О стабилизации программных позиций голономной механической системы без измерения скоростей // Ученые записки Ульяновского государственного университета. Серия Математика и информационные технологии. 2016. Вып. 1(8). С. 64–71.
5. Андреев А.С., Перегудова О.А. О стабилизации программных движений голономной механической системы без измерения скоростей // Прикладная математика и механика. 2017. Т. 81. Вып. 2. С. 137–153.

MSC 93C57

On the position stabilization of the controlled mechanical systems by sampled-data regulators

O.A. Peregudova ¹
Ulyanovsk state university ¹